

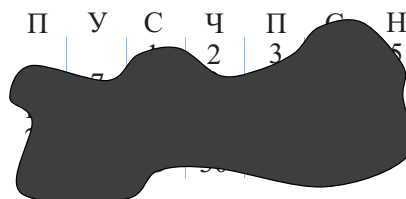
Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2018.

11 – 12. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. На слици десно приказан је календар одређеног месеца. Нажалост, мастило покрива већину датума. Који дан у недељи је 27. дан у том месецу?

- А) понедељак Б) среда В) четвртак
Г) субота Д) недеља

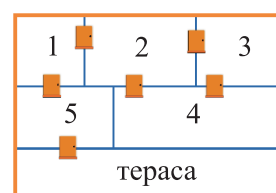


2. Који од следећих бројевних израза има највећу вредност?

- А) $2 - 0 \cdot 1 + 8$ Б) $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$ В) $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$ Г) $2 \cdot (0 + 1 + 8)$ Д) $2 \cdot 0 + 1 + 8$

3. На слици десно приказан је план Маринине куће. Марина је ушла у кућу са тераса и прошла кроз свака врата тачно једном. У којој соби се она нашла на крају?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

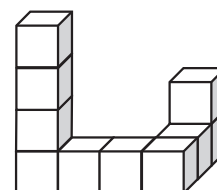


4. Никола има седам каменова и чекић. Сваки пут када камен удари чекићем, камен се разбије на тачно 5 мањих каменова. Он је неколико пута ударио каменове чекићем. Који од следећих бројева може представљати број каменова које је Никола добио на крају?

- А) 17 Б) 20 В) 21 Г) 23 Д) 25

5. На слици десно приказана је фигура која је добијена тако што је залепљено 10 коцки. Та фигура је потпољена у канту са фарбом тако да је фигура обојена у потпуности. Колико коцки је обојено са тачно 4 стране?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 9 Д) 10

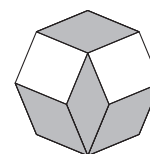


6. У кутији је 65 куглица и то 8 белих, а остале су црне. У једном потезу највише 5 куглица може да се извади из кутије (без гледања). Није дозвољено додавања било које куглице у кутију. Који је најмањи број потеза потребан да бисмо били сигурни да је бар једна бела куглица извађена из кутије?

- А) 11 Б) 12 В) 13 Г) 14 Д) 15

7. Од четири подударна ромба и два квадрата направљен је правилан осмоугао (видети слику десно). Одредити меру већег угла ромба.

- А) 135° Б) 140° В) 144° Г) 145° Д) 150°

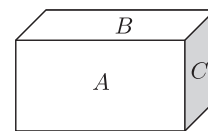


8. Следеће две реченице су тачне. Неки ванземаљци су зелени, а остали су љубичасти. Зелени ванземаљци живе само на Марсу. Шта одатле можемо да закључимо?

- А) Сви ванземаљци живе на Марсу.
Б) Само зелени ванземаљци живе на Марсу.
В) Неки љубичасти ванземаљци живе на Венери.
Г) Сви љубичасти ванземаљци живе на Венери.
Д) Нема зелених ванземаљаца на Венери.

9. Стране цигле на слици десно су правоугаоници површина A , B и C .
Запремина ове цигле је:

- А) ABC Б) \sqrt{ABC} В) $\sqrt{AB + BC + CA}$
Г) $\sqrt[3]{ABC}$ Д) $2(A + B + C)$



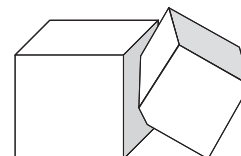
10. На колико начина број 1001 може бити записан као збир два проста броја?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) више од 3

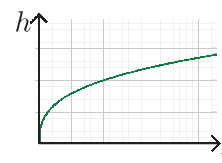
Задачи који вреде 4 поена

11. Две коцке, запремина V и W се секу (видети слику десно). Део коцке запремине V који није у пресеку две коцке је 90% њене запремине. Део коцке запремине W који није у пресеку две коцке је 85% њене запремине. Размера $V : W$ једнака је:

- А) 2 : 3 Б) 3 : 2 В) 85 : 90 Г) 90 : 85 Д) 1 : 1



12. Ваза се константном брзином пуни водом до врха. На слици десно приказано је како се висина воде у вази мења у зависности од времена пуњења. Који од следећих облика може бити облик вазе?



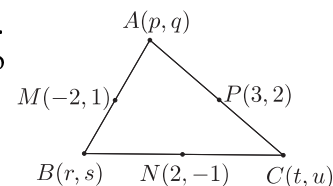
- А) Б) В) Г) Д)

13. $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$

- А) 10 Б) $2\sqrt{17}$ В) $\sqrt{34} - 10$ Г) $10 - \sqrt{34}$ Д) 0

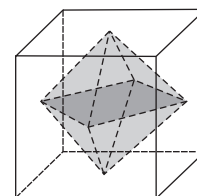
14. Темена троугла су $A(p, q)$, $B(r, s)$ и $C(t, u)$ као на слици десно. Средишта страница су у тачкама $M(-2, 1)$, $N(2, -1)$ и $P(3, 2)$. Збир $p + q + r + s + t + u$ једнак је:

- А) 2 Б) $\frac{5}{2}$ В) 3 Г) 5 Д) други одговор



15. У коцку странице дужине 1 уписан је октаедар (видети слику десно). Темена октаедра су у центрима страна коцке. Запремина октаедра је:

- А) $\frac{1}{8}$ Б) $\frac{1}{6}$ В) $\frac{1}{5}$ Г) $\frac{1}{4}$ Д) $\frac{1}{3}$



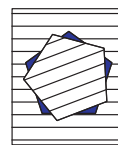
16. За меч Реал Мадрида и Манчестер Јунајтеда пре меча дате су следеће прогнозе.

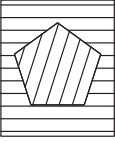
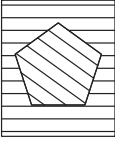
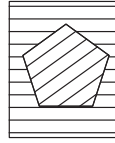
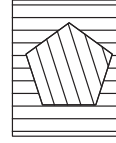
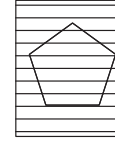
- Меч се неће завршити нерешено.
- Реал Мадрид ће дати гол.
- Реал Мадрид ће победити.
- Реал Мадрид неће изгубити.
- Биће постигнута укупно три гола.

Којим резултатом је завршен меч Реал Мадрид – Манчестер Јунајтед ако су тачно три прогнозе биле тачне?

- А) 3 – 0 Б) 2 – 1 В) 0 – 3 Г) 1 – 2 Д) оваква ситуација је немогућа

17. Правилан петоугао је исечен са листа папира са уцртаним линијама. У сваком кораку ротирамо петоугао око његовог центра у смеру супротном смеру кретања казаљке на сату за угао од 21° . Положај петоугла након првог корака приказан је на слици десно. На којој слици је приказана ситуација у којој петоугао први пут попуни рупу?



- А)  Б)  В)  Г)  Д) 

18. Који од следећих пет бројева није делилац броја $18^{2017} + 18^{2018}$?

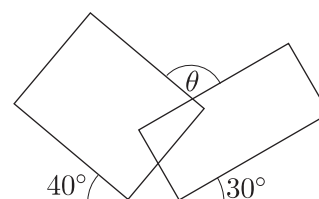
- А) 8 Б) 18 В) 28 Г) 38 Д) 48

19. Наталија је од пет карата приказаних на слици десно узела три карте, а Теодора преостале две. Наталија је помножила три броја са својих карата, а Теодора је помножила два броја са својих карата. Када су сабрале добијене производе, добијени збир био је прост број. Колики је збир бројева на Наталијиним картама?



- А) 12 Б) 13 В) 15 Г) 17 Д) 18

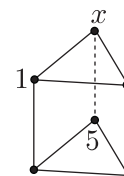
20. Два правоугаоника додирују хоризонталну линију тако да су мере углова између њихових страница и хоризонталне линије 40° и 30° као на слици десно. Колика је мера угла θ ?



- А) 105° Б) 120°
В) 130° Г) 135° Д) ниједан од одговора А) – Г) није тачан

Загацки који вреде 5 поена

21. Призма на слици десно састоји се од два троугла и три квадрата. Шест темена призме обележено је бројевима од 1 до 6, тако да је збир бројева којима су обележена четири темена квадрата исти за сва три квадрата. Бројевима 1 и 5 обележена су темена као на слици десно. Којим бројем је обележено теме означено на слици са x ?



- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 6 Д) немогуће је

22. Нека је f функција таква да важи $f(x+y) = f(x)f(y)$ за све целе бројеве x и y . Ако је $f(1) = \frac{1}{2}$, вредност збира $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$ једнака је:

- А) 6 Б) $\frac{15}{8}$ В) $\frac{5}{2}$ Г) $\frac{3}{2}$ Д) $\frac{1}{8}$

23. Четири брата А, Б, В и Г имају различите висине. Они су рекли следеће. А: „Ја нисам ни највиши ни најнижи.” Б: „Ја нисам најнижи.” В: „Ја сам највиши.” Д: „Ја сам најнижи.” Тачно једна од реченица коју су браћа изговорила је неистинита. Ко је од њих највиши?

- А) А Б) Б В) В Г) Г Д) нема довољно података

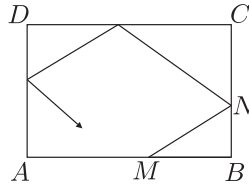
24. Ако су m и n решења квадратне једначине $x^2 - x - 2018 = 0$, тада је $n^2 + m$ једнако:

- А) 2016 Б) 2017 В) 2018 Г) 2019 Д) 2020

25. Квадратна функција $f(x) = x^2 + px + q$ је таква да њен график сече Ox и Oy осу у три различите тачке. Кружница кроз те три тачке сече график функције f у још једној, четвртој, тачки. Координате те четврте тачке су:

- А) $(0, -q)$ Б) (p, q) В) $(-p, q)$ Г) $\left(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2}\right)$ Д) $(1, p + q + 1)$

26. Димензије страница правоугаоне табле за билијар су 3 m и 2 m. Билијарска кугла креће из тачке M и одбија се једном од сваке странице табле као што је приказано на слици испод. Ако је $MB = 1,2$ m и $BN = 0,8$ m, на ком растојању од тачке A ће кугла ударити страницу AB ?

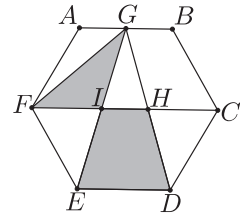


- А) 1,5 m Б) 1,1 m В) 2,8 m Г) 2 m Д) 1,8 m

27. Колико реалних решења има једначина $||4^x - 3| - 2| = 1$?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6

28. Шестоугао $ABCDEF$ је правилан (видети слику десно). Тачка G је средиште странице AB . Тачке H и I су тачке пресека дужи GD и GE са FC , респективно. Колики је однос површина троугла GIF и трапеца $IHD E$?



- А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) $\frac{1}{4}$ Г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ Д) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

29. У једном одељењу је 40% више девојчица него дечака. Колико има ученика у том одељењу ако је вероватноћа да случајно изабрана двочлана делегација садржи једног дечака и једну девојчицу једнака $\frac{1}{2}$?

- А) 20 Б) 24 В) 36 Г) 38 Д) ситуација је немогућа

30. Богдан је рачунао $15!$. Резултат је написао на табли, али нажалост друга и десета цифра се не виде: $1 \blacksquare 0767436 \blacksquare 000$. Које се цифре не виде?

- А) 2 и 0 Б) 4 и 8 В) 7 и 4 Г) 9 и 2 Д) 3 и 8

Задаци: „Kangaroo Meeting 2017”, Луцерн, Швајцарска
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
 Превод: проф. др Марија Станић
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
 URL: <http://www.dms.rs>