

Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2018.

9 – 10. разред

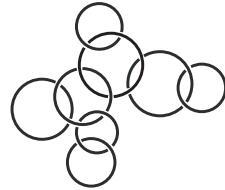
Задаци који вреде 3 поена

1. Колика је дужина треће странице троугла, ако су дужине две странице 5 и 2, а дужина треће странице је непаран број?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. Неке алке на слици десно формирају ланце (на слици је то означено као да једна алка пролази кроз „рупу” у другој; алке које су нацртане као да су једна преко друге нису део ланца). Колико има алки у најдужем ланцу на слици?

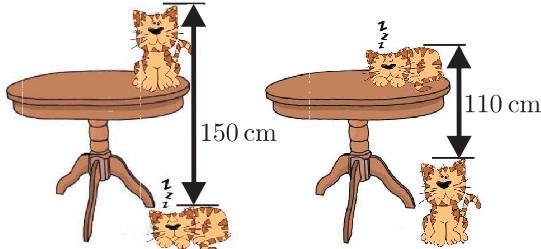
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



3. Збир 5 узастопних природних бројева је 10^{2018} . Колика је вредност средњег (трећег) од њих?

- A) 10^{2013} B) 5^{2017} C) 10^{2017} D) 2^{2018} E) $2 \cdot 10^{2017}$

4. Растојање од врха мачке која спава на поду до врха мачке која седи на столу је 150 cm, а растојање од врха мачке која седи на поду до врха мачке која спава на столу је 110 cm (видети слику испод). Колика је висина стола на коме мачка у првом случају стоји, а у другом лежи?

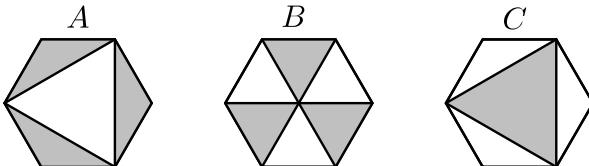


- A) 110 cm B) 120 cm C) 130 cm D) 140 cm E) 150 cm

5. У Милошевој породици свако дете има најмање два брата и најмање једну сестру. Најмањи могући броје деце у Милошевој породици је:

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. Нека су X , Y и Z површине осенчених делова подударних правилних шестоуглова A , B и C , редом, приказаних на слици испод. Који од следећих исказа је тачан?



- A) $X = Y = Z$ B) $Y = Z \neq X$
C) $Z = X \neq Y$ D) свака од површина X , Y и Z има различиту вредност

7. Збир 25% броја 2018 и 2018% броја 25 је:

- A) 1009 B) 2016 C) 2018 D) 3027 E) 5045

8. Неке цифре у тачном сабирању на слици десно су замењене словима P, Q, R и S . Колика је вредност збира $P + Q + R + S$?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 24

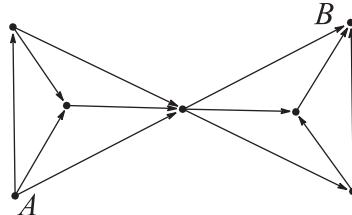
$$\begin{array}{r} P \ 4 \ 5 \\ + Q \ R \ S \\ \hline 6 \ 5 \ 4 \end{array}$$

9. Милица је купила 42 јабуке, 60 кајсија и 90 крушака. Она жели да сво воће које је купила подели на једнаке групе и поклони их својим пријатељима. Који је највећи број група које Милица може да направи?

- A) 3 B) 6 C) 10 D) 14 E) 42

10. На слици десно приказано је како се можемо кретати из тачке A до тачке B пратећи стрелице. На колико различитих начина можемо стићи из тачке A у тачку B крећући се по линијама и у складу са смеровима стрелица?

- A) 20 B) 16 C) 12 D) 9 E) 6



Задаци који вреде 4 поена

11. Колико цифара има број $\frac{1}{9} \cdot 10^{2018} \cdot (10^{2018} - 1)$?

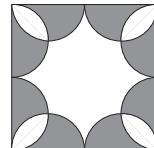
- A) 2017 B) 2018 C) 4035 D) 4036 E) 4037

12. У низу је написано 105 природних бројева: $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \dots$ (сваки број n је написан тачно n пута). Колико бројева овог низа је дељиво бројем 3?

- A) 4 B) 12 C) 21 D) 30 E) 45

13. Осам полуокругова је нацртано унутар квадрата странице дужине 4 (слика десно). Колика је површина белог (неосенченог) дела квадрата?

- A) 2π B) 8 C) $6 + \pi$ D) $3\pi - 2$ E) 3π



14. Одређеног дана 40 возова превози путнике, сваки само на релацији између два града од пет великих градова M, N, O, P и Q . 10 возова је путовало ка граду M или од града M . 10 возова је путовало ка граду N или од града N . 10 возова је путовало ка граду O или од града O , а 10 возова је путовало ка граду P или од града P . Колико возова је путовало ка граду Q или од града Q ?

- A) 0 B) 10 C) 20 D) 30 E) 40

15. На Универзитету друштвених наука могу се студирати језици, историја и филозофија. 35% студената који студирају језике, студира енглески језик, 13% универзитетских студената студира неки други језик, а не енглески, а ниједан студент не студира више од једног језика. Колико процената универзитетских студената студира језике?

- A) 13% B) 20% C) 22% D) 48% E) 65%

16. Петар је желео да купи књигу, али није имао новца. Купио је уз помоћ свог оца и своја два брата. Његов отац му је дао половину од износа који су му дала његова браћа. Његов старији брат му је дао трећину од онога што су му други дали, а млађи брат му је дао 10 евра. Колика је била цена књиге у еврима?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

17. Колико троцифрених природних бројева има особину да је двоцифрени број добијен брисањем његове средње цифре једнак његовој деветини?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Колико се пута сабирац 2018^2 појављује испод квадратног корена тако да важи једнакост:

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \cdots + 2018^2} = 2018^{10}?$$

- A) 5 B) 8 C) 18 D) 2018^8 E) 2018^{18}

19. Две зграде се налазе у истој улици на растојању 250 m једна од друге. У првој згради живи 100 студената, а у другој згради живи 150 студената. Где би било потребно изградити аутобуску станицу, тако да укупно растојање које би сви студенти, који живе у ове две зграде, прелазили од ове аутобуске станице до својих зграда било најмање могуће?

- A) испред прве зграде
B) на удаљености 100 m од прве зграде
C) на удаљености 100 m од друге зграде
D) испред друге зграде
E) било где између ове две зграде

20. У правилном 2018-оуглу чија су темена нумерисана редом бројевима од 1 до 2018, нацртане су две дијагонале. Једна од нацртаних дијагонала повезује темена нумерисана бројевима 18 и 1018, а друга нацртана дијагонала повезује темена нумерисана бројевима 1018 и 2000. По колико темена имају три многоугла добијена на претходно описан начин?

- A) 38, 983, 1001 B) 37, 983, 1001 C) 38, 982, 1001
D) 37, 982, 1000 E) 37, 983, 1002

Задаци који вреде 5 поена

21. На табли је написано неколико целих бројева, укључујући и број 2018. Збир написаних целих бројева је 2018, а производ написаних целих бројева је такође 2018. Који од следећих бројева може бити број написаних целих бројева на табли?

- A) 2016 B) 2017 C) 2018 D) 2019 E) 2020

22. Дата су четири броја. Када изаберемо три од њих и одредимо њихову аритметичку средину, а затим додамо вредност четвртог, можемо добити резултате, 17, 21, 23 и 29. Највећи од датих бројева је:

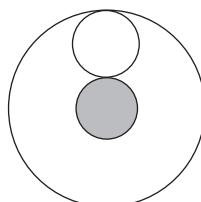
- A) 12 B) 15 C) 21 D) 24 E) 29

23. Тачке A_0, A_1, A_2, \dots се налазе на правој, тако да је $|A_0A_1| = 1$, а тачка A_n је средиште дужи $A_{n+1}A_{n+2}$, за сваки ненегативан цео број n . Колика је дужина дужи A_0A_{11} ?

- A) 171 B) 341 C) 512 D) 587 E) 683

24. Два концентрична круга полупречника 1 и 9 чине прстен. У унутрашњости овог прстена нацртано је n кругова без преклапања, тако да они додирују обе почетне кружнице (на слици десно је приказан пример једне од n кружница са описаним својством произвољног прстена). Највећа могућа вредност за n је:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



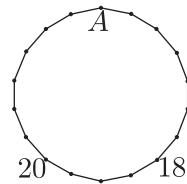
25. Данка је нацртала правоугаону мрежу састављену од 12 квадрата, а неке од квадрата је обојила у црно, као на слици десно. У сваки бели квадрат уписала је број који представља број црних квадрата са којим посматрани бели квадрат дели страницу. Данка је исто то урадила и са правоугаоном мрежом састављеном од 2018 квадрата. Која је максимална вредност коју она може добити као резултат збира свих бројева у мрежи састављеној од 2018 квадрата?

- A) 1262 B) 2016 C) 2018 D) 3025 D) 3027

1		2	1
0	3		
1		2	1

26. Свако теме 18-оугла, на слици десно, треба бити нумерисано бројем који представља збир бројева којим су нумерисана суседна темена. Два темена су нумерисана као на слици. Којим бројем треба нумерисати теме означене словом A ?

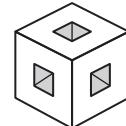
- A) 2018 B) -20 C) 18 D) 38 D) -38

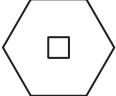


27. На колико различитих начина можемо уписати бројеве скупа $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ у поља правоугаоне табле 2×3 , тако да се сваки број налази у тачно једном пољу, а да збир бројева у свакој врсти и свакој колони буде дељив бројем 3?

- A) 36 B) 42 C) 45 D) 48 D) неки други број

28. Седам јединичних коцкица је изрезано из коцке димензија $3 \times 3 \times 3$, као на слици десно. Како ће изгледати пресек ако овако добијену коцку пресечемо са равни која пролази кроз центар коцке и која је нормална на једну од 4 велике дијагонале коцке?



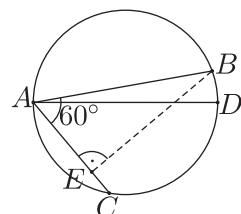
- A)  B)  C)  D) 

29. Марко је направио велику коцку тако што је лепио неколико мањих идентичних коцкица, а затим је обојио неколико страна велике коцке. Његова сестра Николина је испустила велику коцку и она се распала на почетне, мале коцкице. Колико страна велике коцке је Марко обојио, ако 45 малих коцкица није имало обојену ниједну своју страну?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 D) 6

30. У кругу пречника AD означене су две тетиве AB и AC , тако да је $\angle BAC = 60^\circ$ и $AB = 24\text{ cm}$ (видети слику десно). Колика је дужина тетиве BD ако је $BE \perp AC$ и $EC = 3\text{ cm}$?

- A) $\sqrt{3}\text{ cm}$ B) 2 cm C) 3 cm D) $2\sqrt{3}\text{ cm}$ D) $3\sqrt{2}\text{ cm}$



Задаци: „Kangaroo Meeting 2017”, Луцерн, Швајцарска
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: проф. др Марија Станић, Ненад Стојановић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
E-mail: drustvomatematichara@yahoo.com
URL: <http://www.dms.rs>