Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny 2017.
11. – 12. osztály

3 pontos feladatok

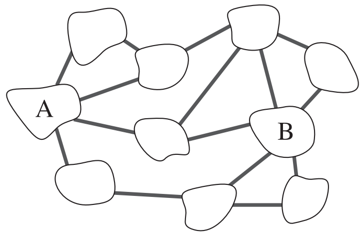
1. $\dfrac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

A) 3,4 **B)** 17 **C)** 34 **D)** 201,7 **E)** 340

2. Béla szeret saját készítésű modellekkel játszani, amelyek méretaránya a valódi mérethez képest 1 : 87. Béla ebben a méretarányban elkészítette bátyja kicsinyített mását, amely pontosan 2 cm magas lett. Milyen magas Béla bátyja a valóságban?

A) 1,74 m **B)** 1,62 m **C)** 1,86 m **D)** 1,94 m **E)** 1,70 m

3. Meseország 10 szigetét és 15 hídját ábrázolja a jobb oldali térkép. A helyi rendőrség azt szeretné elérni, hogy ne lehessen eljutni az A szigetről a B szigetre. Ennek érdekében a lehető legkevesebb hidat lezárják. Hány hidat zár le a helyi rendőrség?

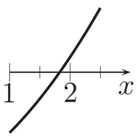


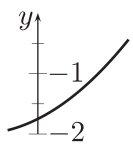
A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

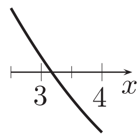
4. Az a és b pozitív számok olyanok, hogy az a szám 75%-a egyenlő a b szám 40%-ával. Ekkor:

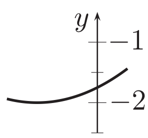
A) $15a = 8b$ **B)** $7a = 8b$ **C)** $3a = 2b$ **D)** $5a = 12b$ **E)** $8a = 15b$

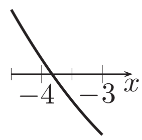
5. Az ábrákon látható öt görberészlet közül négy ugyanannak a másodfokú függvénynek a grafikonjához tartozik. Melyik görberészlet nem tartozik a szóban forgó grafikonhoz?

A) 

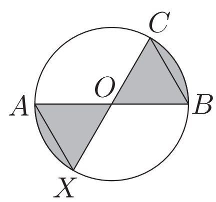
B) 

C) 

D) 

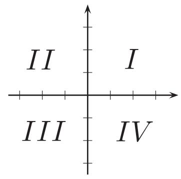
E) 

6. A jobb oldali ábrán látható O középpontú kör átmérői AB és CX. Tudjuk, hogy $OB = BC$. A kör területének hányadrésze van szürkére festve?



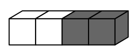
A) $\dfrac{2}{5}$ **B)** $\dfrac{1}{3}$ **C)** $\dfrac{2}{7}$ **D)** $\dfrac{3}{8}$ **E)** $\dfrac{4}{11}$

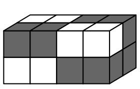
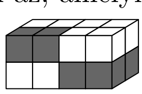
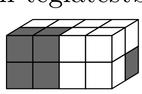
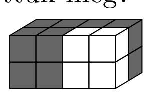
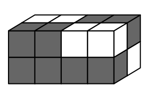
7. Hányadik síknegyedben nincs pontja az $f(x) = -3{,}5x + 7$ lineáris függvény grafikonjának?



A) I **B)** II **C)** III **D)** IV **E)** Mind a négy síknegyedben van pontja.

8. A $4 \times 1 \times 1$-es téglatestet két fehér és két szürke kockából ragasztottuk össze úgy, hogy két fehér kocka van az egyik felén és két szürke a másikon (lásd a jobb oldali ábrát). Az alábbi testek közül melyik az, amelyiket 4 ilyen téglatestből építhettük meg?

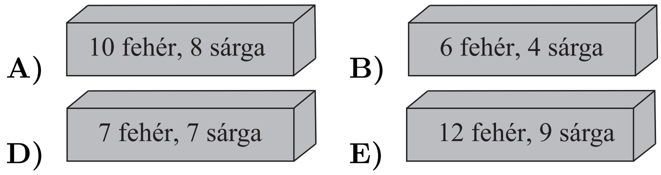


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

9. Válaszd ki az alábbi függvények közül azt, amelyik grafikonjának legtöbb közös pontja van az $f(x) = x$ függvény grafikonjával?

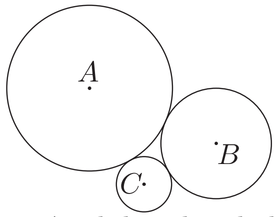
A) $g_1(x) = -x$ **B)** $g_2(x) = x^2$ **C)** $g_3(x) = x^3$
D) $g_4(x) = x^4$ **E)** $g_5(x) = -x^4$

10. Az alábbi öt dobozban csak fehér és sárga golyók vannak, a feliratoknak megfelelő számban. Bandi bekötött szemmel szeretne kihúzni egy golyót a dobozokból. Melyik dobozból kell kihúznia a golyót ahhoz, hogy a legnagyobb legyen annak a valószínűsége, hogy fehér golyót húz?



4 pontos feladatok

11. Az ábrán látható egymást páronként kívülről érintő körök középpontjai A, B és C, sugaraik rendre 3, 2 és 1. Határozd meg az ABC háromszög területét!



A) 6 **B)** $4\sqrt{3}$ **C)** $3\sqrt{2}$ **D)** 9 **E)** $2\sqrt{6}$

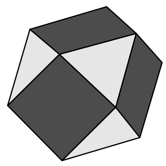
12. A p pozitív szám kisebb 1-nél, a q szám pedig nagyobb 1-nél. Az alábbi számok közül melyik a legnagyobb?

A) $p \cdot q$ **B)** $p + q$ **C)** $\dfrac{p}{q}$ **D)** p **E)** q

13. Az A és B egyenes hengerek térfogata egyenlő. A B henger alapjának sugara 10%-kal nagyobb, mint az A henger alapjának sugara. Mennyivel nagyobb az A henger magassága a B henger magasságánál?

A) 5% **B)** 10% **C)** 11% **D)** 20% **E)** 21%

14. Az ábrán látható poliéder minden lapja vagy háromszög vagy négyzet. Minden négyzethez 4 darab háromszög illeszkedik, és minden háromszöget 3 darab négyzet vesz körül. Ha a poliéder négyzetlapjainak száma 6, akkor mennyi a háromszöglapok száma?



A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

15. Készítettünk négy tetraéder alakú szabályos „dobókockát”, majd mindegyiknek a lapjaira a 2, 0, 1 és 7 számjegyeket írtuk. Ezekkel a „dobókockákkal”egyszerre dobunk. Mi a valószínűsége annak, hogy a 2017-es szám kirakható úgy, hogy mindegyik tetraéderről pontosan egy látható oldalon lévő számot választunk?

A) $\dfrac{1}{256}$ **B)** $\dfrac{63}{64}$ **C)** $\dfrac{81}{256}$ **D)** $\dfrac{3}{32}$ **E)** $\dfrac{29}{32}$

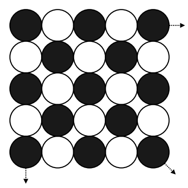
16. Az $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ polinom a és b együtthatói egész számok. Az alábbi számok közül melyik biztosan nem lehet az adott polinom nullája?

A) 1 **B)** -1 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 6

17. Két egymást követő természetes szám számjegyeinek összege külön-külön osztható 7-tel. Legkevesebb hány számjegyű a kettő közül a kisebbik szám?

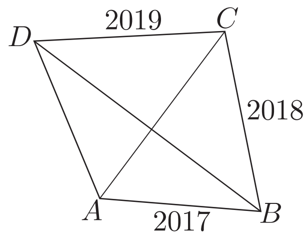
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

18. Julcsinak 2017 korongja van: 1009 fekete, a többi fehér. A korongokat az ábrán látható minta szerint rakosgatja: a bal felső sarokban egy fekete koronggal kezdte, majd minden sorban és minden oszlopban váltakozva helyezte el a fehér és fekete korongokat. Melyik színű korongból mennyi maradt, amikor kirakta a lehető legnagyobb négyzetet?



A) egy sem **B)** 40 fehér és 40 fekete **C)** 40 fekete és 41 fehér
D) 41 fekete és 41 fehér **E)** 40 fehér és 41 fekete

19. Az ábrán látható $ABCD$ konvex négyszög átlói merőlegesek egymásra. Az oldalak hossza rendre $AB = 2017$, $BC = 2018$ és $CD = 2019$. Milyen hosszú az AD oldal?



A) 2014 **B)** 2018 **C)** $\sqrt{2020^2 - 4}$
D) $\sqrt{2018^2 + 2}$ **E)** 2020

20. Nóra jó kenguru szeretne lenni, de kicsit hazudós. Ha beszélni kezd, akkor minden harmadik állítása hamis, a többi igaz. Van, amikor a hamis állítása az első, de néha egy vagy két igaz mondattal kezdi a mondókáját. Egy kétjegyű számról Nóra a következő hat állítást mondta el, ebben a sorrendben.

- „Van benne 2-es számjegy.”
- „Nagyobb 50-nél.”
- „Páros szám.”
- „Kisebb 30-nál.”
- „Osztható 3-mal.”
- „Tartalmaz 7-es szmjegyet.”

Mennyi a számjegyek összege abban a számban, amelyről Nóra megfogalmazta ezeket az állításokat?

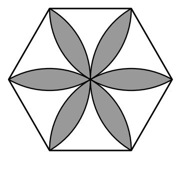
A) 9 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 15 **E)** 17

5 pontos feladatok

21. Hány olyan természetes szám van, amelynek utolsó számjegyét törölve olyan számot kapunk, amely az eredeti szám 1/14 részével egyenlő?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

22. A jobb oldali ábrán látható szabályos hatszög oldala 1. A szürke virágot határoló körívek sugara 1, középpontjai pedig a hatszög csúcsai. Mekkora a szürke virág területe?



A) $\frac{\pi}{2}$ **B)** $\frac{2\pi}{3}$ **C)** $2\sqrt{3} - \pi$ **D)** $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ **E)** $2\pi - 3\sqrt{3}$

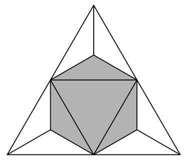
23. Adott az (a_n) számsorozat, mint $a_1 = 2017$ és $a_{n+1} = \dfrac{a_n - 1}{a_n}$, ha $n \in \mathbb{N}$. Határozd meg, mennyi az a_{2017} tag értéke!

A) -2017 **B)** $-\dfrac{1}{2016}$ **C)** $\dfrac{2016}{2017}$ **D)** 1 **E)** 2017

24. Egy derékszögű háromszög oldalainak összege 18, a háromszög oldalainak négyzetösszege pedig 128. Mennyi a háromszög területe?

A) 18 **B)** 16 **C)** 12 **D)** 10 **E)** 9

25. A szabályos tetraéderből, 4 olyan sík segítségével, amelyek mindegyike áthalad három szomszédos él felezőpontján, levágunk négy olyan darabot, amelyek mindegyike egy-egy csúcspontot tartalmaz (lásd az ábrát). A szabályos tetraéder térfogatának hányad részét teszi ki az így kapott test térfogata?



A) $\frac{4}{5}$ **B)** $\frac{3}{4}$ **C)** $\frac{2}{3}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** $\frac{1}{3}$

26. Hány olyan 1000-nél nem nagyobb természetes szám van, amelyek sem 3-mal, sem 5-tel, sem 7-tel nem oszthatók?

A) 218 **B)** 234 **C)** 342 **D)** 350 **E)** 457

27. A 3×3-as táblázat négyzeteibe beírtunk 9 olyan számot, amelyeknek az összege 500. A szomszédos négyzetekbe írt számok (szomszédos négyzetek azok a négyzetek, amelyeknek közös az oldaluk) különbsége 1. Melyik számot írtuk be a középső négyzetbe?

	?	

A) 50 **B)** 54 **C)** 55 **D)** 56 **E)** 57

28. Ha $|x| + x + y = 5$ és $x + |y| - y = 10$, akkor mennyi az $x + y$ összeg?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

29. Hány olyan $\overline{ABC}$ háromjegyű szám van, amelyre igaz, hogy az $(A+B)^C$ kifejezés értéke olyan háromjegyű szám, amely a 2 egész kitevőjű hatványa?

A) 15 **B)** 16 **C)** 18 **D)** 20 **E)** 21

30. Egy szigeten csak igazmondók és hazudósok élnek, összesen 2017-en. Az igazmondók mindig igazat mondanak, a hazudósok mindig hazudnak. Egy ünnepségen 1000-nél több szigetlakó vett részt és az összes résztvevő leült egy kerek asztal köré. Mindannyian ezt állították: „Az egyik szomszédom igazmondó, a másik hazudós.” Legtöbb hány igazmondó lakhat a szigeten?

A) 1683 **B)** 668 **C)** 670 **D)** 1344 **E)** 1343

Feladatok: „Kangaroo Meeting 2016”, Lvov, Ukrajna
A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete
Fordította: dr. Péics Hajnalka
Lektorálta: mgr. Csikós Pajor Gizella, Béres Zoltán
E-mail: `drustvomatematicara@yahoo.com`
URL: `http://www.dms.rs`