Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2017.
11 – 12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

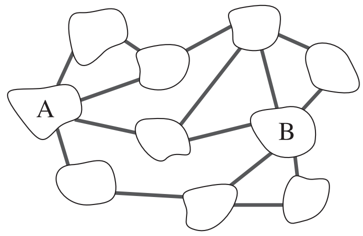
1. $\dfrac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

A) 3,4 **B)** 17 **V)** 34 **G)** 201,7 **D)** 340

2. Branko voli da se igra modelima koje sam pravi u odnosu 1 : 87. Model njegovog brata je visok 2 cm. Koja je prava visina njegovog brata?

A) 1,74 m **B)** 1,62 m **V)** 1,86 m **G)** 1,94 m **D)** 1,70 m

3. Na slici desno je prikazano 10 ostrva koja su povezana sa 15 mostova. Koliko najmanje mostova treba zatvoriti za saobraćaj da bi bilo nemoguće doći sa ostrva A do ostrva B koristeći mostove?

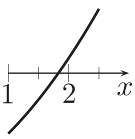


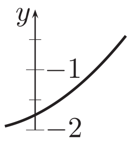
A) 1 **B)** 2 **V)** 3 **G)** 4 **D)** 5

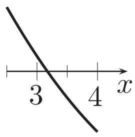
4. Pozitivni brojevi a i b su takvi da je 75% broja a jednako 40% broja b. To znači da je:

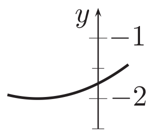
A) $15a = 8b$ **B)** $7a = 8b$ **V)** $3a = 2b$ **G)** $5a = 12b$ **D)** $8a = 15b$

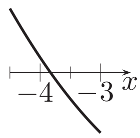
5. Od datih pet isečaka četiri su delovi grafika jedne iste kvadratne funkcije. Koji isečak nije deo tog grafika?

A) 

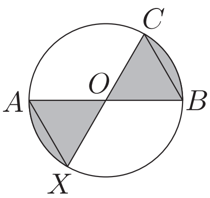
B) 

V) 

G) 

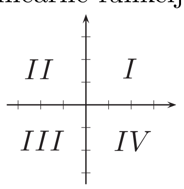
D) 

6. Na slici desno je dat krug sa centrom O i prečnicima AB i CX, takav da je $OB = BC$. Koji deo površine kruga je obojen sivo?



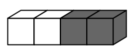
A) $\dfrac{2}{5}$ **B)** $\dfrac{1}{3}$ **V)** $\dfrac{2}{7}$ **G)** $\dfrac{3}{8}$ **D)** $\dfrac{4}{11}$

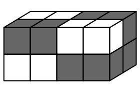
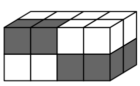
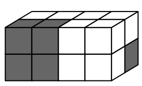
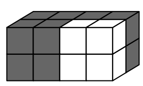
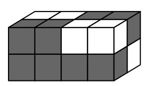
7. Koji kvadrant ne sadrži tačke grafika linearne funkcije $f(x) = -3{,}5x + 7$?



A) I **B)** II **V)** III **G)** IV **D)** Svi kvadranti sadrže tačke.

8. Kvadar dimenzije $4 \times 1 \times 1$ se sastoji od 2 bele i 2 sive kocke koje su zalepljene tako da su na jednom kraju 2 bele kocke, a na drugom kraju 2 sive kocke (videti sliku desno). Koju od datih figura je moguće napraviti od takva 4 kvadra?

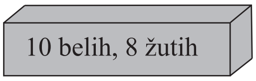


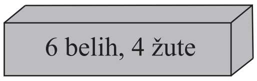
A) 
B) 
V) 
G) 
D) 

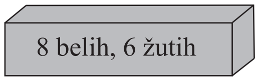
9. Od datih funkcija odrediti onu čiji grafik ima najviše zajedničkih tačaka sa grafikom funkcije $f(x) = x$.

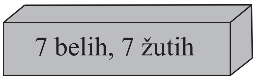
A) $g_1(x) = -x$ **B)** $g_2(x) = x^2$ **V)** $g_3(x) = x^3$
G) $g_4(x) = x^4$ **D)** $g_5(x) = -x^4$

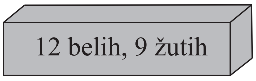
10. U svakoj od pet kutija nalaze se bele i žute kuglice kao što je označeno. Bogdan želi da izvadi jednu kuglicu iz kutija bez gledanja. Iz koje kutije treba da izvadi kuglicu da bi imao najveću verovatnoću da će izvaditi belu?

A) 

B) 

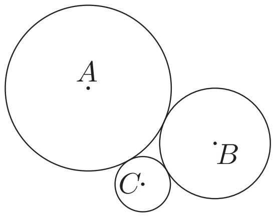
V) 

G) 

D) 

Zadaci koji vrede 4 poena

11. Tri kruga koja se medjusobno dodiruju (videti sliku) sa centrima u tačkama A, B i C imaju poluprečnike 3, 2 i 1, respektivno. Odrediti površinu trougla ABC.



A) 6 **B)** $4\sqrt{3}$ **V)** $3\sqrt{2}$ **G)** 9 **D)** $2\sqrt{6}$

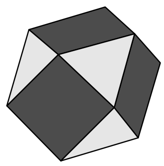
12. Pozitivan broj p je manji od 1, a broj q je veći od 1. Od datih brojeva, koji je najveći?

A) $p \cdot q$ **B)** $p + q$ **V)** $\frac{p}{q}$ **G)** p **D)** q

13. Dva prava valjka A i B imaju istu zapreminu. Poluprečnik osnove valjka B je za 10% veći od poluprečnika osnove valjka A. Za koliko je visina valjka A veća od visine valjka B?

A) 5% **B)** 10% **V)** 11% **G)** 20% **D)** 21%

14. Strane poliedra prikazanog na slici su ili trouglovi ili kvadrati. Svaki kvadrat je okružen sa 4 trougla, a svaki trougao je okružen sa 3 kvadrata. Ako medju stranama poliedra ima 6 kvadrata, koliko ima trouglova?



A) 5 **B)** 6 **V)** 7 **G)** 8 **D)** 9

15. Imamo četiri „kockice" oblika tetraedra koje su savršeno izbalansirane i na stranama svake od njih upisani su brojevi 2, 0, 1 i 7. Ako bacimo sve četiri „kockice", kolika je verovatnoća da možemo napraviti broj 2017 koristeći tačno po jednu od tri vidljive strane svake „kockice"?

A) $\frac{1}{256}$ **B)** $\frac{63}{64}$ **V)** $\frac{81}{256}$ **G)** $\frac{3}{32}$ **D)** $\frac{29}{32}$

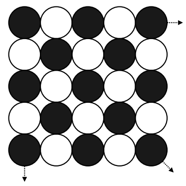
16. Koeficijenti a i b polinoma $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ su celi brojevi. Koji od sledećih brojeva sigurno nije nula tog polinoma?

A) 1 **B)** -1 **V)** 3 **G)** 5 **D)** 6

17. Dva uzastopna prirodna broja su takva da je zbir cifara svakog od njih deljiv sa 7. Koliko najmanje cifara ima manji od ta dva broja?

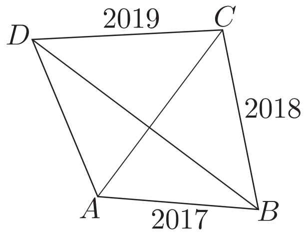
A) 3 **B)** 4 **V)** 5 **G)** 6 **D)** 7

18. Julija ima 2017 žetona: 1009 su crni, a ostali su beli. Ona ih redja tako što pravi kvadratni oblik kao na slici, počinje sa crnim žetonom u gornjem levom uglu, a zatim naizmenično menja boje u svakoj vrsti i u svakoj koloni. Koliko žetona i koje boje joj ostaje kada kompletira najveći mogući kvadrat?



A) nijedan **B)** 40 belih i 40 crnih **V)** 40 crnih i 41 beli **G)** 41 crni i 41 beli **D)** 40 belih i 41 crni

19. U konveksnom četvorouglu $ABCD$ dijagonale su normalne. Dužine stranica su: $AB = 2017$, $BC = 2018$ i $CD = 2019$ (videti sliku). Kolika je dužina stranice AD?



A) 2014 **B)** 2018 **V)** $\sqrt{2020^2 - 4}$ **G)** $\sqrt{2018^2 + 2}$ **D)** 2020

20. Nora pokušava da bude dobar mali kengur, ali je laganje veoma zabavno. Zato je njena svaka treća rečenica koju izgovori laž, a ostale su istina. Ponekad startuje sa lažnom rečenicom, a ponekad sa jednom ili dve istinite rečenice. Razmišljajući o jednom dvocifrenom broju Nora je rekla sledeće rečenice tim redom.

- „Jedna njegova cifra je 2."
- „Veći je od 50."
- „To je paran broj."
- „Manji je od 30."
- „Deljiv je sa 3."
- „Jedna njegova cifra je 7."

Koliki je zbir cifara broja o kom je Nora razmišljala?

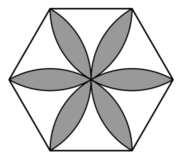
A) 9 **B)** 12 **V)** 13 **G)** 15 **D)** 17

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Koliko prirodnih brojeva ima osobinu da se brisanjem njegove poslednje cifre dobija broj koji je jednak 1/14 polaznog broja?

A) 0 **B)** 1 **V)** 2 **G)** 3 **D)** 4

22. Na slici desno je prikazan pravilan šestougao čija stranica ima dužinu 1. Sivi cvet je dobijen pomoću kružnih isečaka poluprečnika 1 sa centrima u temenima šestougla. Kolika je površina cveta?



A) $\frac{\pi}{2}$ **B)** $\frac{2\pi}{3}$ **V)** $2\sqrt{3}-\pi$ **G)** $\frac{\pi}{2}+\sqrt{3}$ **D)** $2\pi-3\sqrt{3}$

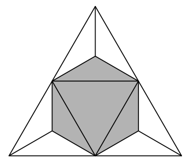
23. Niz (a_n) je dat sa $a_1 = 2017$ i $a_{n+1} = \dfrac{a_n - 1}{a_n}$ za $n \in \mathbb{N}$. Odrediti a_{2017}.

A) -2017 **B)** $-\frac{1}{2016}$ **V)** $\frac{2016}{2017}$ **G)** 1 **D)** 2017

24. Zbir dužina stranica pravouglog trougla je 18, a zbir kvadrata dužina njegovih stranica je 128. Odrediti površinu tog trougla.

A) 18 **B)** 16 **V)** 12 **G)** 10 **D)** 9

25. U pravilnom tetraedru su pomoću 4 ravni, od kojih svaka prolazi kroz središta tri susedne ivice, odsečena četiri dela koja sadrže po jedno teme (videti sliku). Koji deo zapremine polaznog tetraedra predstavlja zapremina tela koje je dobijeno?



A) $\frac{4}{5}$ **B)** $\frac{3}{4}$ **V)** $\frac{2}{3}$ **G)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{1}{3}$

26. Koliko ima prirodnih brojeva ne većih od 1000 koji nisu deljivi ni sa 3 ni sa 5 ni sa 7?

A) 218 **B)** 234 **V)** 342 **G)** 350 **D)** 457

27. U polja tabele 3×3 je upisano 9 brojeva čiji je zbir jednak 500. Brojevi upisani u dva susedna polja (susedna polja su ona koja imaju zajedničku stranicu) se razlikuju za 1. Koji broj je upisan u centralno polje?

	?	

A) 50 **B)** 54 **V)** 55 **G)** 56 **D)** 57

28. Ako je $|x| + x + y = 5$ i $x + |y| - y = 10$, koliko je $x + y$?

A) 1 **B)** 2 **V)** 3 **G)** 4 **D)** 5

29. Koliko ima trocifrenih brojeva $\overline{ABC}$ takvih da je $(A+B)^C$ trocifren broj i celobrojni stepen broja 2?

A) 15 **B)** 16 **V)** 18 **G)** 20 **D)** 21

30. Svaki od 2017 stanovnika jednog ostrva je ili lažljivac (koji uvek laže) ili istinogovornik (koji uvek govori istinu). Više od 1000 stanovnika tog ostrva je učestvovalo na banketu i svi su sedeli zajedno za okruglim stolom. Svako od njih je rekao: „Od dvoje ljudi koji sede pored mene, jedan je lažljivac a drugi je istinogovornik.” Koliko najviše istinogovornika može živeti na tom ostrvu?

A) 1683 **B)** 668 **V)** 670 **G)** 1344 **D)** 1343

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2016”, Lviv, Ukrajina
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
Prevod: prof. dr Marija Stanić
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: http://www.dms.rs