Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2017.
11 – 12. разред

Задаци који вреде 3 поена

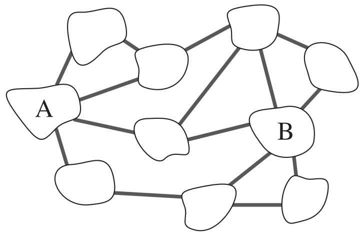
1. $\dfrac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

А) 3,4 **Б)** 17 **В)** 34 **Г)** 201,7 **Д)** 340

2. Бранко воли да се игра моделима које сам прави у односу $1 : 87$. Модел његовог брата је висок $2\,\mathrm{cm}$. Која је права висина његовог брата?

А) $1{,}74\,\mathrm{m}$ **Б)** $1{,}62\,\mathrm{m}$ **В)** $1{,}86\,\mathrm{m}$ **Г)** $1{,}94\,\mathrm{m}$ **Д)** $1{,}70\,\mathrm{m}$

3. На слици десно је приказано 10 острва која су повезана са 15 мостова. Колико најмање мостова треба затворити за саобраћај да би било немогуће доћи са острва A до острва B користећи мостове?

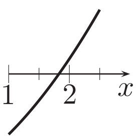


А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4 **Д)** 5

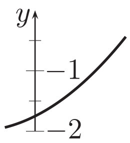
4. Позитивни бројеви a и b су такви да је 75% броја a једнако 40% броја b. То значи да је:

А) $15a = 8b$ **Б)** $7a = 8b$ **В)** $3a = 2b$ **Г)** $5a = 12b$ **Д)** $8a = 15b$

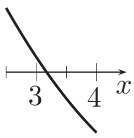
5. Од датих пет исечака четири су делови графика једне исте квадратне функције. Који исечак није део тог графика?



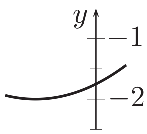
А)



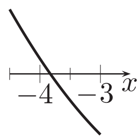
Б)



В)

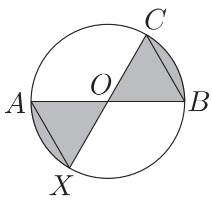


Г)



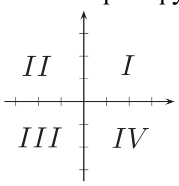
Д)

6. На слици десно је дат круг са центром O и пречницима AB и CX, такав да је $OB = BC$. Који део површине круга је обојен сиво?



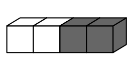
А) $\dfrac{2}{5}$ **Б)** $\dfrac{1}{3}$ **В)** $\dfrac{2}{7}$ **Г)** $\dfrac{3}{8}$ **Д)** $\dfrac{4}{11}$

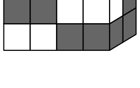
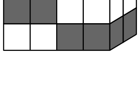
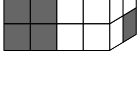
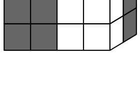
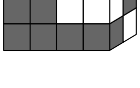
7. Који квадрант не садржи тачке графика линеарне функције $f(x) = -3{,}5x + 7$?



А) I **Б)** II **В)** III **Г)** IV **Д)** Сви квадранти садрже тачке.

8. Квадар димензије $4 \times 1 \times 1$ се састоји од 2 беле и 2 сиве коцке које су залепљене тако да су на једном крају 2 беле коцке, а на другом крају 2 сиве коцке (видети слику десно). Коју од датих фигура је могуће направити од таква 4 квадра?

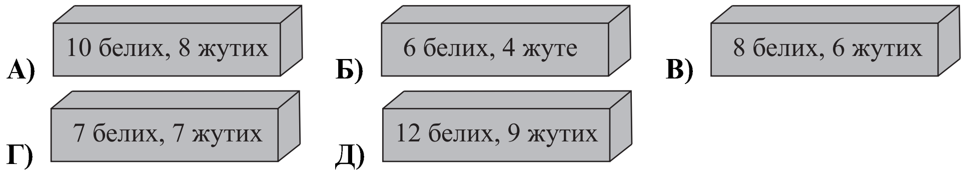


А)  **Б)**  **В)**  **Г)**  **Д)** 

9. Од датих функција одредити ону чији график има највише заједничких тачака са графиком функције $f(x) = x$.

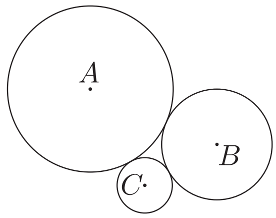
А) $g_1(x) = -x$ **Б)** $g_2(x) = x^2$ **В)** $g_3(x) = x^3$
Г) $g_4(x) = x^4$ **Д)** $g_5(x) = -x^4$

10. У свакој од пет кутија налазе се беле и жуте куглице као што је означено. Богдан жели да извади једну куглицу из кутија без гледања. Из које кутије треба да извади куглицу да би имао највећу вероватноћу да ће извадити белу?



Задаци који вреде 4 поена

11. Три круга која се међусобно додирују (видети слику) са центрима у тачкама A, B и C имају полупречнике 3, 2 и 1, респективно. Одредити површину троугла ABC.



А) 6 **Б)** $4\sqrt{3}$ **В)** $3\sqrt{2}$ **Г)** 9 **Д)** $2\sqrt{6}$

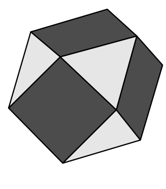
12. Позитиван број p је мањи од 1, а број q је већи од 1. Од датих бројева, који је највећи?

А) $p \cdot q$ **Б)** $p + q$ **В)** $\dfrac{p}{q}$ **Г)** p **Д)** q

13. Два права ваљка A и B имају исту запремину. Полупречник основе ваљка B је за 10% већи од полупречника основе ваљка A. За колико је висина ваљка A већа од висине ваљка B?

А) 5% **Б)** 10% **В)** 11% **Г)** 20% **Д)** 21%

14. Стране полиедра приказаног на слици су или троуглови или квадрати. Сваки квадрат је окружен са 4 троугла, а сваки троугао је окружен са 3 квадрата. Ако међу странама полиедра има 6 квадрата, колико има троуглова?



А) 5 **Б)** 6 **В)** 7 **Г)** 8 **Д)** 9

15. Имамо четири „коцкице” облика тетраедра које су савршено избалансиране и на странама сваке од њих уписани су бројеви 2, 0, 1 и 7. Ако бацимо све четири „коцкице”, колика је вероватноћа да можемо направити број 2017 користећи тачно по једну од три видљиве стране сваке „коцкице”?

А) $\dfrac{1}{256}$ **Б)** $\dfrac{63}{64}$ **В)** $\dfrac{81}{256}$ **Г)** $\dfrac{3}{32}$ **Д)** $\dfrac{29}{32}$

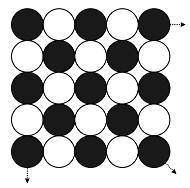
16. Коефицијенти a и b полинома $5x^3 + ax^2 + bx + 24$ су цели бројеви. Који од следећих бројева сигурно није нула тог полинома?

А) 1 **Б)** -1 **В)** 3 **Г)** 5 **Д)** 6

17. Два узастопна природна броја су таква да је збир цифара сваког од њих дељив са 7. Колико најмање цифара има мањи од та два броја?

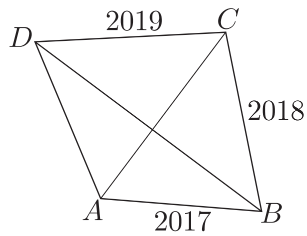
А) 3 **Б)** 4 **В)** 5 **Г)** 6 **Д)** 7

18. Јулија има 2017 жетона: 1009 су црни, а остали су бели. Она их ређа тако што прави квадратни облик као на слици, почиње са црним жетоном у горњем левом углу, а затим наизменично мења боје у свакој врсти и у свакој колони. Колико жетона и које боје јој остаје када комплетира највећи могући квадрат?



А) ниједан **Б)** 40 белих и 40 црних **В)** 40 црних и 41 бели
Г) 41 црни и 41 бели **Д)** 40 белих и 41 црни

19. У конвексном четвороуглу $ABCD$ дијагонале су нормалне. Дужине страница су: $AB = 2017$, $BC = 2018$ и $CD = 2019$ (видети слику). Колика је дужина странице AD?



А) 2014 **Б)** 2018 **В)** $\sqrt{2020^2 - 4}$
Г) $\sqrt{2018^2 + 2}$ **Д)** 2020

20. Нора покушава да буде добар мали кенгур, али је лагање веома забавно. Зато је њена свака трећа реченица коју изговори лаж, а остале су истина. Понекад стартује са лажном реченицом, а понекад са једном или две истините реченице. Размишљајући о једном двоцифреном броју Нора је рекла следеће реченице тим редом.

- „Једна његова цифра је 2."
- „Већи је од 50."
- „То је паран број."
- „Мањи је од 30."
- „Дељив је са 3."
- „Једна његова цифра је 7."

Колики је збир цифара броја о ком је Нора размишљала?

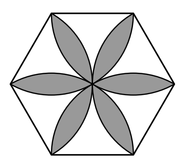
А) 9 **Б)** 12 **В)** 13 **Г)** 15 **Д)** 17

Задаци који вреде 5 поена

21. Колико природних бројева има особину да се брисањем његове последње цифре добија број који је једнак $1/14$ полазног броја?

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3 **Д)** 4

22. На слици десно је приказан правилан шестоугао чија страница има дужину 1. Сиви цвет је добијен помоћу кружних исечака полупречника 1 са центрима у теменима шестоугла. Колика је површина цвета?



А) $\frac{\pi}{2}$ **Б)** $\frac{2\pi}{3}$ **В)** $2\sqrt{3} - \pi$ **Г)** $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ **Д)** $2\pi - 3\sqrt{3}$

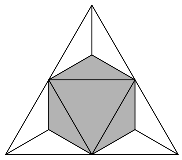
23. Низ (a_n) је дат са $a_1 = 2017$ и $a_{n+1} = \dfrac{a_n - 1}{a_n}$ за $n \in \mathbb{N}$. Одредити a_{2017}.

А) -2017 **Б)** $-\dfrac{1}{2016}$ **В)** $\dfrac{2016}{2017}$ **Г)** 1 **Д)** 2017

24. Збир дужина страница правоуглог троугла је 18, а збир квадрата дужина његових страница је 128. Одредити површину тог троугла.

А) 18 **Б)** 16 **В)** 12 **Г)** 10 **Д)** 9

25. У правилном тетраедру су помоћу 4 равни, од којих свака пролази кроз средишта три суседне ивице, одсечена четири дела која садрже по једно теме (видети слику). Који део запремине полазног тетраедра представља запремина тела које је добијено?

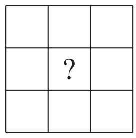


А) $\frac{4}{5}$ **Б)** $\frac{3}{4}$ **В)** $\frac{2}{3}$ **Г)** $\frac{1}{2}$ **Д)** $\frac{1}{3}$

26. Колико има природних бројева не већих од 1000 који нису дељиви ни са 3 ни са 5 ни са 7?

А) 218 **Б)** 234 **В)** 342 **Г)** 350 **Д)** 457

27. У поља табеле 3×3 је уписано 9 бројева чији је збир једнак 500. Бројеви уписани у два суседна поља (суседна поља су она која имају заједничку страницу) се разликују за 1. Који број је уписан у централно поље?



А) 50 **Б)** 54 **В)** 55 **Г)** 56 **Д)** 57

28. Ако је $|x| + x + y = 5$ и $x + |y| - y = 10$, колико је $x + y$?

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4 **Д)** 5

29. Колико има троцифрених бројева $\overline{ABC}$ таквих да је $(A+B)^C$ троцифрен број и целобројни степен броја 2?

А) 15 **Б)** 16 **В)** 18 **Г)** 20 **Д)** 21

30. Сваки од 2017 становника једног острва је или лажљивац (који увек лаже) или истиноговорник (који увек говори истину). Више од 1000 становника тог острва је учествовало на банкету и сви су седели заједно за округлим столом. Свако од њих је рекао: „Од двоје људи који седе поред мене, један је лажљивац а други је истиноговорник.” Колико највише истиноговорника може живети на том острву?

А) 1683 **Б)** 668 **В)** 670 **Г)** 1344 **Д)** 1343

Задаци: „Kangaroo Meeting 2016”, Лвив, Украјина
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: проф. др Марија Станић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: http://www.dms.rs