

Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2017.

7 – 8. разред

Загацки који вреде 3 поена

1. Који од следећих израза има највећу вредност?

- А) 2017^1 Б) 1^{2017} В) $1 \cdot 2017$ Г) $1 + 2017$ Д) $2017 : 1$

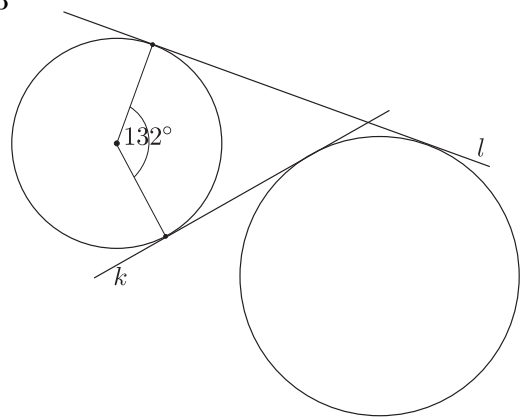
2. Пешачки прелаз се састоји од белих и црних трака ширине 50 cm. Прва и крајња трака су беле, а укупно има 8 црних трака. Колика је ширина улице на којој је тај пешачки прелаз?

- А) 7 m Б) 7,5 m В) 8 m Г) 8,5 m Д) 9 m

3. Колико постоји уређених парова простих бројева (p, q) за које важи $p + q = 2017$?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) више од 3

4. Праве k и l су заједничке тангенте две кружнице као што је приказано на слици десно. Угао између полупречника нормалних на тангенте k и l једне кружнице једнак је 132° . Одредити меру угла између полупречника друге кружнице, нормалних на тангенте k и l .



- А) 34° Б) 48° В) 52°
Г) 56° Д) 66°

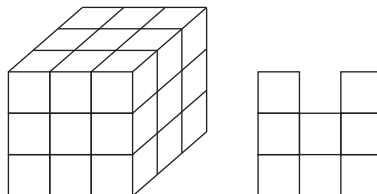
5. Вредност израза $(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - \dots - (2015 - 2016) - (2017 - 2018)$ једнака је:

- А) -1 Б) -1008 В) 1007 Г) 2017 Д) -1007

6. Природан број n је написан само цифрама 2 и 3, при чему се и цифра 2 и цифра 3 морају појављивати бар по једном. Колико цифара има најмањи такав број који је дељив и са 2 и са 3?

- А) 2 Б) 4 В) 6 Г) 8 Д) 12

7. Бојана је направила коцку приказану на слици лево користећи 27 малих коцкица. Колико најмање малих коцкица Бојана треба да склони тако да када гледа у фигуру са предње стране, са горње стране и са десне стране види оно што је приказано на слици десно?

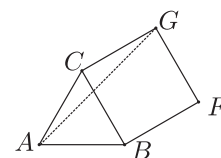


- А) 14 Б) 12 В) 10 Г) 9 Д) 7

8. Тачка B на x -оси која је једнако удаљена од координатног почетка и од тачке $A(8, -4)$ има координате:

- А) $(6, 0)$ Б) $(5, 0)$ В) $(4, 0)$ Г) $(3, 0)$ Д) $(2, 0)$

9. Над страницом BC једнакостраничног троугла ABC странице дужине a , конструисан је споља квадрат $BCGF$, као на слици десно. Дужина дужи AG је:



- А) $a\sqrt{3}$ Б) $2a\sqrt{3}$ В) $a\sqrt{1+\sqrt{3}}$
 Г) $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$ Д) $a\sqrt{3+\sqrt{3}}$

10. Један ученик је у 5 недеља добио укупно 11 одличних оцена. Тада сигурно важи:

- А) у првој недељи ученик је добио 3 одличне оцене
 Б) сваке недеље је ученик добио бар по 2 одличне оцене
 В) постоји недеље у којој ученик није добио ни једну одличну оцену
 Г) последњу одличну оцену је ученик добио у последњој недељи
 Д) постоји недеља у којој је ученик добио бар 3 одличне оцене

Загацки који вреде 4 поена

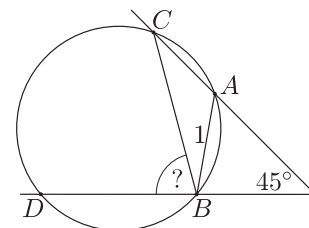
11. Унутар једнакостраничног троугла обележена је тачка таква да је од страница троугла удаљена редом $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ и $3\sqrt{3}$. Дужина странице тог троугла једнака је:

- А) 4 Б) 6 В) 12 Г) $4\sqrt{3}$ Д) $6\sqrt{3}$

12. Пре последњег теста у току школске године Марко је израчунао да му недостаје 17 поена на последњем тесту да би му просек поена био 80, као и да би му са 92 поена на последњем тесту просек био 85 поена по тесту. Колико укупно тестова има у току школске године?

- А) 10 Б) 15 В) 20 Г) 25 Д) 30

13. Праве линије AC и BD секу кружницу полупречника 1 и међусобно граде угао од 45° , а дужина тетиве AB је 1, као на слици десно. Колика је мера угла CBD ?



- А) 45° Б) 55° В) 60° Г) 75° Д) 85°

14. Збир највећег и најмањег троцифреног броја којима је збир цифара дељив са 8 једнак је:

- А) 995 Б) 1094 В) 1103 Г) 1112 Д) 1124

15. У једној групи на друштвеној мрежи Facebook има 54 ученика и однос броја дечака према броју девојчица је 1 : 5. Колико дечака треба да се придружи тој групи да би однос броја дечака према броју девојчица био 5 : 1?

- А) 196 Б) 203 В) 225 Г) 216 Д) 242

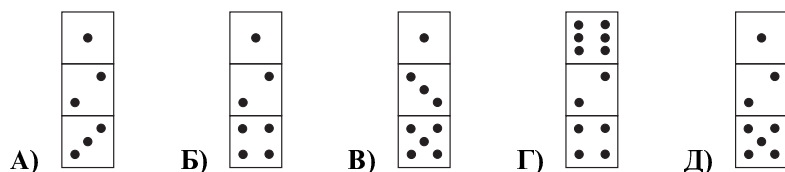
16. Нека је површина једнакокраког троугла ABC једнака 3 и нека је дужина основнице AB једнака 3. Троугао ABC

- А) је оштроугли Б) је правоугли
 В) је тупоугли Г) не постоји Д) може бити или оштроугли или тупоугли

17. Колико природних бројева N има особину да је међу бројевима $1, 2, \dots, N$ тачно 30% дељиво са 3?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) бесконачно много

18. Три идентичне стандардне коцкице за игру (збир бројева тачкица на наспрамним странама једнак је 7) су залепљене тако да на странама које се међусобно лепе има исти број тачкица, и формирају квадар. Која од следећих слика може да се види када се добијени квадар гледа са једне стране?



19. Геометријска средина $\sqrt{a \cdot b}$ два позитивна броја a и b је 4 пута већа од броја a . За колико процената је $\sqrt{a \cdot b}$ мањи од броја b ?

- A) 60% B) 65% C) 70% D) 75% E) 80%

20. Ако је $2^{9a} = 8^{3b}$, тада је:

- A) $3a = 2b$ B) $2a = 3b$
 C) $2a = b + 1$ D) $a + 1 = 2b$ E) сви одговори од A) до D) су погрешни

Задачи који вреде 5 поена

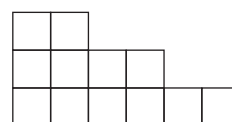
21. Ана и Марина имају неколико чоколада. Ако Марина да Ани једну чоколаду, онда ће Ана имати два пута више чоколада од Марине, а ако Ана да Марини једну чоколаду, онда ће обе имати исти број чоколада. Колико укупно чоколада имају њих две?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

22. Производ три цела броја је 24, а њихов збир је 9. Колика је највећа могућа вредност највећег од та три броја?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

23. Марија има 4 картонске фигуре подељене на јединичне квадрате као на слици десно. Колико правоугаоника различитих димензија она може саставити, ако употреби све 4 фигуре при чему се фигуре не смеју преклапати и правоугаоник не сме садржати шупљине?

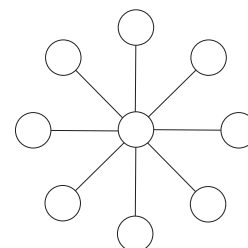


- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

24. Збир два реална броја је већи од њихове разлике за 50%. За колико процената је збир квадрата та два броја већи од њиховог производа?

- A) 520% B) 420% C) 200% D) 125% E) 50%

25. Бројеве од 1 до 9 треба уписати у кругове на слици десно, тако да збир бројева уписаних у три круга која леже на истој правој буде дељив са 4. У централно поље може бити уписан:



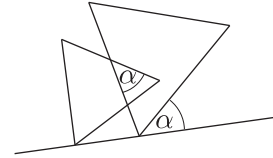
- A) само број 1 B) само број 5 C) само број 9
 D) 1, 5 или 9 E) било који од бројева

26. Ако је $a = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$, тада је $(a - 2)^{2017}$ једнако:

- А) -1 Б) 1 В) $(1 - 2\sqrt{3})^{2017}$ Г) $-2\sqrt{3}$ Д) 2^{2017}

27. Два једнакокрајна троугла су у положају као на слици десно. При томе су два угла обележена са α једнака. Тада је:

- А) $\alpha \in (0^\circ, 10^\circ)$ Б) $\alpha \in [10^\circ, 15^\circ)$ В) $\alpha \in [15^\circ, 30^\circ)$
Г) $\alpha = 30^\circ$ Д) $\alpha > 30^\circ$



28. Колико има петоцифрених бројева \overline{abcde} , формираних од 5 различитих цифара скупа $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, таквих да је двоцифрени број \overline{ab} дељив са 2, троцифрени број \overline{abc} дељив са 3, четвороцифрени број \overline{abcd} дељив са 4 и петоцифрени број \overline{abcde} дељив са 5?

- А) 0 Б) 2 В) 4 Г) 6 Д) 8

29. Бројеви a и b су већи од 1. Који од следећих бројева има највећу вредност?

- А) $\frac{a}{b+1}$ Б) $\frac{2a}{2b+1}$ В) $\frac{2a}{2b-1}$ Г) $\frac{3a}{3b+1}$ Д) $\frac{a}{b-1}$

30. Алекса и Матеја су чланови шаховског клуба. На питања о броју чланова шаховског клуба они су дали следеће истините одговоре. Алекса: „Сви чланови шаховског клуба, осим њих 5, су дечаци.” Матеја: „Свака група од 6 чланова сигурно мора да има најмање 4 девојчице.” Колико чланова има шаховски клуб?

- А) 16 Б) 12 В) 9 Г) 7 Д) 6