

Teorija brojeva

1. Ako je zbir 2004 prirodna broja deljiv sa 6, onda je i zbir njihovih kubova deljiv sa 6. Dokazati.

2. Neka je n prirodan broj. Dokazati da je broj

$$(n + 1)(n + 2) \cdots (n + n)$$

deljiv sa 2^n , a nije deljiv sa 2^{n+1} .

3. Odrediti najmanji prirodan broj koji pri deljenju sa 4, 6, 8, 10 i 12 daje ostatke 2, 4, 6, 8 i 10 redom.

4. Ako su brojevi p i $2p^2 + 1$ prosti, dokazati da je i $3p^2 + 2$ takođe prost broj.

5. Za prirodne brojeve a, b, c, d važi $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Da li je $a + b + c + d$ složen broj?

6. Svaki broj oblika $3n - 1$ deljiv je nekim prostim brojem oblika $3k - 1$. Dokazati.

7. Sa koliko nula se završava broj $100!$?

8. Koliko delilaca ima broj $10!$?

9. Odrediti sve prirodne brojeve n za koje je broj $2^n - 1$ deljiv sa 7. Dokazati da ne postoji prirodan broj n takav da je $2^n + 1$ deljiv sa 7.

10. Dokazati da je broj $2222^{5555} + 5555^{2222}$ deljiv sa 7.