

POLINOMI JEDNE PROMENLJIVE

1. Dokazati da je polinom $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 1.001$ pozitivan za svako $x \in \mathbb{R}$.
2. Odrediti uslove pri kojima je polinom $x^3 + px + q$ deljiv polinomom $x^2 + mx - 1$.
3. Pri deljenju nekog polinoma sa $x - 1$ dobija se ostatak 2, a pri deljenju sa $x - 2$ dobija se ostatak 1. Koliki se ostatak dobija pri deljenju tog polinoma sa $(x - 1)(x - 2)$?
4. Naći ostatak pri deljenju polinoma

$$p(x) = x^{243} + x^{81} + x^{27} + x^9 + x^3 + x$$

sa: **a)** $x - 1$; **b)** $x^2 - 1$.

5. Ako polinom sa celobrojnim koeficijentima ima vrednost 7 za četiri različite celobrojne vrednosti promenljive x , dokazati da tada ne može imati vrednost 14 ni za jednu celobrojnu vrednost promenljive x .
6. Neka je $p(x)$ polinom sa celobrojnim koeficijentima. Ako $6|p(2)$ i $6|p(3)$, dokazati da $6|p(5)$.
7. Neka $\frac{p}{q}$, $(p, q) = 1$, nula polinoma $s(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ sa celobrojnim koeficijentima. Dokazati da $p|a_0$ i $q|a_n$.
8. Ako su a, b, c neparni brojevi, dokazati da koreni kvadratne jednačine $ax^2 + bx + c = 0$ nisu racionalni brojevi.
9. Odrediti realni parametar λ tako da je jedan koren jednačine $x^3 - 7x + \lambda = 0$ dva puta veći od drugog.
10. Odrediti vrednost realnog parametra λ u jednačini $2x^3 - x^2 - 7x + \lambda = 0$ ako je zbir dva korena ove jednačine jednak 1.