

Poliedri i obrtna tela

Milan Lj. Zlatanović

Prirodno-matematički fakultet u Nišu,

Višegradska 33, 18000 Niš, Srbija

E-mail: zlatmilan@yahoo.com

Decembar, 17, 2011

Valjak: $M = 2r\pi H$, $P = 2r\pi(r + H)$, $V = r^2\pi H$.

Kupa: $M = sr\pi$, $P = r\pi(r + s)$, $V = \frac{r^2\pi H}{3}$.

Zarubljena kupa: $M = s\pi(r_1 + r_2)$, $P = \pi(r_1^2 + s(r_1 + r_2) + r_2^2)$, $V = \frac{H\pi}{3}(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$

Lopta: $P = 4r^2\pi$, $V = \frac{4}{3}r^3\pi$

1 Zadaci

Zadatak 1.1. (opštinsko 2010./2011., IIIrazred/4.zadatak) Oko lopte je opisana prava zarubljena kružna kupa. Dokazati da je odnos zapremine lopte i zapremine kupe jednak odnosu površine lopte i površine kupe.

Zadatak 1.2. (opštinsko 2008./2009., IIIrazred/2.zadatak) Površina prave kupe je četiri puta veća od površine njene osnove. Odrediti odnos visine i poluprečnika osnove te kupe.

Zadatak 1.3. (opštinsko 2008./2009., IVrazred/3.zadatak) Izračunati površinu pravilne trostrane piramide, osnovne ivice $a = 2$, čija su sva tri ivična ugla pri vrhu pravi.

Zadatak 1.4. (opštinsko 2005./2006., IIIrazred/2.zadatak) Jednakostranični trougao $\triangle ABC$, stranice a , rotira oko prave koja sadrži teme A i paralelna je visini kroz teme B . Izračunati površinu i zapreminu dobijenog rotacionog tela.

Zadatak 1.5. (prijemni ispit, matematika 2011.) Osnova pravog paralelopipeda je paralelogram sa stranicama a i b i ostrim uglom α . Manja dijagonala paralelopipeda jednaka je većoj dijagonali osnove. Izračunati zapreminu paralelopipeda.

Zadatak 1.6. (prijemni ispit, matematika 1998.) Dve strane trostrane piramide su jednakostranični trouglovi stranice a , koji određuju prav diedar. Izračunaj površinu i zapreminu piramide.

Zadatak 1.7. (savezno 1975./1976., IIIrazred/3.zadatak) Odrediti maksimalnu vrednost odnosa zapremine lopte i oko nje opisane kupe.

Zadatak 1.8. Od svih valjaka upisanih u sferu poluprečnika $\frac{\sqrt{3}}{2}$ najveću zapreminu ima onaj čija je visina 1. Dokazati.

Zadatak 1.9. U loptu je upisana kupa visine H . Zapremina kupe je jednaka četvrtini zapremine lopte. Izračunati zapreminu lopte.

Zadatak 1.10. (savezno 1969./1970., IVrazred/3.zadatak) Osnova piramide je kvadrat. Nagibni uglovi njenih bočnih strana piramide prema osnovi se odnose kao $1 : 2 : 4 : 2$. Odredi te uglove.