

# КОМБИНАТОРИКА

1. Колико има природних бројева који се пишу помоћу 2013 цифара и чији је производ цифара паран?

2. Колико има подскупова скупа  $\{1, 2, \dots, n\}$ ? Доказати да је

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n.$$

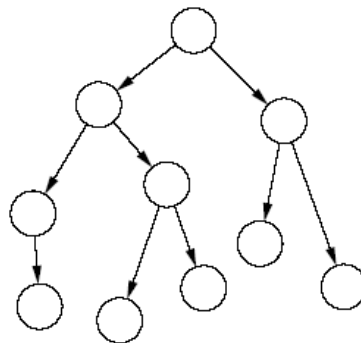
3. Од 2013 чланова Друштва математичара Србије треба саставити комисију за такмичења. Комисија мора да има председника и још бар једног члана. На колико се начина може саставити комисија (важно је ко је председник комисије, док су остали чланови равноправни)?

4. Нека је  $X = \{1, 2, \dots, 2013\}$ . Колико има уређених тројки  $(A, B, C)$ , таквих да је  $A \cup B \cup C = X$ ?

5. Паук се креће по хоризонталној решетки која је у облику квадратне мреже димензија  $n \times n$ . Кретање паука је праволинијско, корак по корак, од чвора решетке до чвора решетке, али увек десно или горе, при чему паук полази из доњег левог угла решетке, а циљ му је да ухвати муву која се налази у десном горњем углу. На колико различитих начина паук може стићи до муве, ако је (a)  $n = 4$ ; (b)  $n = 2013$ ?

6. За природан број  $n > 9$  кажемо да је опадајући ако је низ цифара у његовом декадном запису (почев од најстарије цифре) строго опадајући. Колико има опадајућих природних бројева?

7. На колико различитих начина можемо уписати бројеве  $1, 2, \dots, 10$  (користећи сваки број тачно једном) у кружице на слици тако да свака стрелица показује од већег броја према мањем?



8. Нека су  $n$  и  $k$  природни бројеви. Колико има уређених  $k$ -торки  $(x_1, x_2, \dots, x_k) \in \mathbb{N}^k$  таквих да је  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ ?

## Задачи за вежбу

1. У десетоспратној згради у приземљу улази у лифт 9 особа. Познато је да они излазе у групама по 2, 3 и 4 човека на разним спратовима. На колико начина они то могу учинити ако на првом спрату нико не излази?
2. Од 2013 људи потребно је направити делегацију. Делегација треба да садржи бар два члана. На колико начина се може оформити делегација?
3. Нека је  $X = \{1, 2, \dots, 2013\}$ . Колико има уређених тројки  $(A, B, C)$ , таквих да је  $A \cup B \cup C = X$  и  $A \cap B \cap C = \emptyset$ ?
4. Дата је табла димензија  $2013 \times 2013$ . Топ је постављен на неко од угаоних поља те табле. На колико различитих начина, након четири потеза, топ може доћи у супротно угаоно поље?
5. Колико има природних бројева који су дељиви са 3, пишу се помоћу 2013 цифара и немају цифру 3 у свом запису?
6. За бојење јединичних поља таблице  $3 \times 3$  на располагању имамо три боје. Колико има различитих бојења код којих су свака два суседна јединична поља различите боје?
7. Нека је  $k$  најмањи број потеза који је потребно начинити за пребацивање скакача из доњег левог угла у горњи десни угао шаховске табле. На колико различитих начина се то може учинити у тачно  $k$  потеза?
8. Нека су  $n$  и  $k$  природни бројеви. Колико има уређених  $k$ -торки  $(x_1, x_2, \dots, x_k) \in \mathbb{N}_0^k$  таквих да је  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ ?