

# 1 Zadaci

**Zadatak 1.1.** Dokazati da su za svako  $n \in \mathbb{N}$  brojevi  $2^{2^n} + 1$  i  $2^{2^{n+1}} + 1$  uzajamno prosti.

**Zadatak 1.2.** Neka su  $a$  i  $b$  celi brojevi takvi da je  $(16a + 17b)(17a + 16b)$  deljiva sa 11. Dokazati da je tada taj proizvod deljiv sa 121.

**Zadatak 1.3.** Ako su  $a$  i  $b$  celi brojevi takvi da je broj  $a^2 + ab + b^2$  deljiv sa 9, onda su brojevi  $a$  i  $b$  deljivi sa 3. Dokazati.

**Zadatak 1.4.** Dokazati da broj  $n^2 + n + 2$  nije deljiv sa 49 ni za jedan prirodan broj  $n$ .

**Zadatak 1.5.** Dokazati da je broj  $n^3 + 11n$ , gde je  $n$  prirodan broj, deljiv sa 6.

**Zadatak 1.6.** Naći sve proste brojeve  $p$  takve da je broj  $2p + 1$  potpun kub.

**Zadatak 1.7.** Neka je  $n$  prirodan broj veći od 2. Dokazati da postoji prost broj  $p$  za koji važi  $n < p < n!$ .

**Zadatak 1.8.** Naći sve proste brojeve  $p$  za koje je broj  $2^p + p^2$  takodje prost.

**Zadatak 1.9.** Neka je broj  $2^n + n^2$  prost, gde je prirodan broj  $n \geq 2$ . Dokazati da je broj  $n - 3$  deljiv sa 6.

**Zadatak 1.10.** Ako su  $x$  i  $y$  celi i uzajamno prosti brojevi, dokazati da je najveći zajednički delitelj brojeva

$$x - y \quad \text{i} \quad x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1}$$

deli  $n$ .

**Zadatak 1.11.** Naći sve parove  $(k, n)$  prirodnih brojeva, takve da je  $2^k + 1 = 5^n$ .

**Zadatak 1.12.** Naći sve trojke  $(a, b, c)$  prirodnih brojeva, takve da je  $a^2 + b^2 = 2^c$ .