

Juniorska Balkanska Matematička Olimpijada 2007

Probno takmičenje, Aleksandar Ilić

Zadatak 1. Suma cifara broja n je jednaka 2006. Da li broj n može imati neparan broj delilaca?

Zadatak 2. Neka je ABC oštrogli trougao. Pravougaonici $BCKL$ i $ACPQ$ su konstruisani spolja, tako da imaju jednake površine. Dokazati da su teme C , centar opisanog kruga trougla ABC i sredina duži PK kolinearni.

Zadatak 3. Dokazati da za pozitivne realne brojeva x , y i z važi nejednakost:

$$\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$$

Zadatak 4. Dat je skup $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ i m njegovih podskupova A_1, A_2, \dots, A_m koji imaju po 3 elementa.

Ako je presek svaka dva skupa ili prazan ili jednočlan $|A_i \cap A_j| \leq 1$ za $i \neq j$, dokazati da postoji skup $Y \subseteq X$, koji ima bar $\lfloor \sqrt{2n} \rfloor$ elemenata i ne sadrži ni jedan od skupova A_i , $i = 1, 2, \dots, m$.

Vreme za rad 240 minuta
Svaki zadatak vredi 10 poena
Želimo Vam uspešan rad