

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
26.04.2015.

VI РАЗРЕД

1. Одреди све троцифрене бројеве који су пет пута већи од производа својих цифара.
2. На катетама AC и BC правоуглог троугла ABC дате су редом тачке M и N такве да је $AM = BN$. Нека је D тачка таква да је троугао ABD једнакокрако-правоугли са правим углом код темена D , при чему се C и D налазе са исте стране праве AB . Докажи да је троугао MND такође једнакокрако-право-угли.
3. Продавац је у понедељак повећао цену лимуна за $x\%$. Продаја је опала и он је у среду смањио цену за $y\%$ и схватио да је цену вратио на ону пре повећања. Израчунај разлику $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$.
4. Да ли је могуће наћи 12 различитих природних бројева таквих да не постоји ни једна седморка тих бројева чији је збир дељив са 7?
5. Дат је трапез $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Нека је P пресек симетрала спољашњих углова код темена D и A , а Q пресек симетрала спољашњих углова код темена B и C . Докажи да је дужина дужи PQ једнака половини обима трапеза $ABCD$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
26.04.2015.

VII РАЗРЕД

1. Израчунај $xу - 2yz$, ако су x, y, z реални бројеви и ако је $x^2 + 6y = 4 \cdot (xz - z^2 - 1)$ и $2x + 3y = 4z$.
2. Кружнице k_1 и k_2 секу се у тачкама A и B . Права p која садржи тачку B сече кружнице k_1 и k_2 редом још у тачкама M и K . Тангента на k_1 у тачки M и тангента на k_2 у тачки K се секу у тачки C . Докажи да је $\sphericalangle MAC = \sphericalangle BAK$.
3. Нека су D, E, F тачке симетричне центру описане кружнице оштроуглог троугла ABC у односу на странице BC, CA, AB , редом. Докажи да се дужи AD, BE, CF секу у једној тачки.
4. Одреди најмањи природан број који је 2015 пута већи од збира својих цифара.
5. Да ли је могуће сваку тачку на бројевној правој која одговара природном броју обојити једном од три боје – плавом, црвеном или зеленом – тако да нису све тачке обојене истом бојом, да збир плавог и црвеног броја увек буде зелен, збир плавог и зеленог броја буде црвен, а збир црвеног и зеленог броја увек буде плави број?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
26.04.2015.

VIII РАЗРЕД

- Докажи да је за било које целе бројеве a, b, c, d производ $abcd(a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(a^2 - d^2)(b^2 - c^2)(b^2 - d^2)(c^2 - d^2)$ дељив са 7.
- Израчунај запремину тростране пирамиде која има пет ивица дужине a и једну ивицу дужине $a\sqrt{2}$.
- Нека је M тачка на мањем луку BC кружнице описане око квадрата $ABCD$ странице a . Нека је P пресек AM са BD , Q пресек DM са AC . Израчунај површину четвороугла $APQD$.
- Нека су a, b, c природни бројеви такви да је $\frac{a\sqrt{3}+b}{b\sqrt{3}+c}$ рационалан број. Докажи да је $\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$ цео број.
- Нека је n паран број. Два играча играју игру тако што наизменично пишу на табли по један број из скупа $\{6, 7, 8, 9\}$, све док на табли не буде написано n бројева. У игри побеђује други играч ако је збир свих написаних бројева дељив са 9, а у супротном побеђује први играч. Који играч има победничку стратегију ако је: а) $n = 12$; б) $n = 14$?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 180 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.