

Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2016.

11 – 12. разред

Задачи који вреде 3 поена

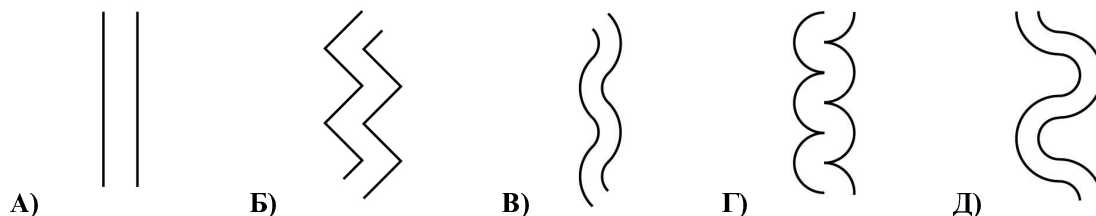
1. Милан и Јован заједно имају 23 године, Јован и Алекса 24, а Милан и Алекса имају 25 година. Колико година има најстарији од њих?

- А) 10 Б) 11 В) 12 Г) 13 Д) 14

2. Збир $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ је једнак:

- А) $\frac{3}{111}$ Б) $\frac{111}{1110}$ В) $\frac{111}{1000}$ Г) $\frac{3}{1000}$ Д) $\frac{3}{1110}$

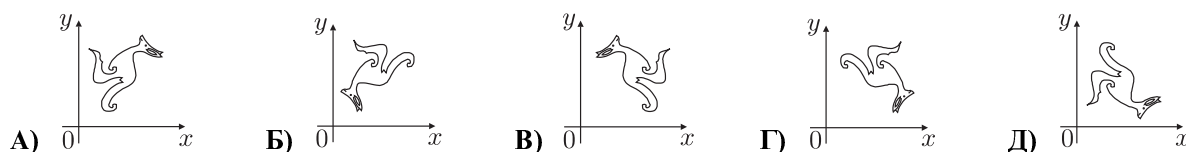
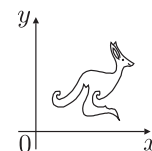
3. Вељко жели да сагради мост преко реке, а зна да мост најмање дужине може саградити са било ког места на обали реке. Преко које реке Вељко не може саградити такав мост?



4. Колико има целих бројева већих од $2015 \cdot 2017$, а мањих од $2016 \cdot 2016$?

- А) 0 Б) 1 В) 2015 Г) 2016 Д) 2017

5. Скуп тачака у равни xOy формира слику кенгура (видети слику десно). Како изгледа одговарајући скуп тачака ако за сваку тачку равни xOy координате x и y замене места?

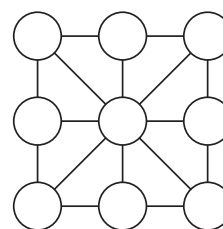


6. Колико је најмање равни потребно да се ограничи произвољни коначни део тродимензионалног простора?

- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) 7

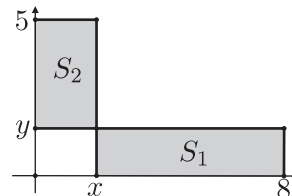
7. Тамара жели да упише девет целих бројева у кружна поља на слици тако да за осам малих троуглова чија су темена спојена дужима важи да су зборови бројева уписаних у кругове у њиховим теменима једнаки. Колико највише различитих бројева она може користити?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 5 Д) 8



8. Правоугаоници S_1 и S_2 на слици имају једнаке површине. Одредити однос $\frac{x}{y}$.

- А) 1 Б) $\frac{3}{2}$ В) $\frac{4}{3}$ Г) $\frac{7}{4}$ Д) $\frac{8}{5}$

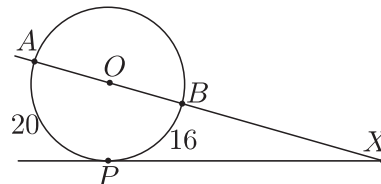


9. Ако је $x^2 - 4x + 2 = 0$, тада је $x + \frac{2}{x}$ једнако

- А) -4 Б) -2 В) 0 Г) 2 Д) 4

10. Дужине лукова AP и BP круга са центром у тачки O на слици су редом 20 и 16. Колика је мера $\sphericalangle AXP$?

- А) 30° Б) 24° В) 18° Г) 15° Д) 10°

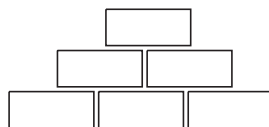


Задаци који вреде 4 поена

11. Природни бројеви a, b, c и d задовољавају једнакости $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$. Који од ова четири броја је највећи?

- А) a Б) b В) c Г) d Д) није јединствено одређено

12. У пирамиди на слици свако поље садржи број који представља производ бројева који су у два поља непосредно испод. Који од следећих бројева не може бити у пољу на врху пирамиде, ако три поља на најнижем нивоу садрже природне бројеве веће од 1?



- А) 56 Б) 84 В) 90 Г) 105 Д) 220

13. Одредити x_4 , ако је $x_1 = 2$ и $x_{n+1} = x_n^{x_n}$ за $n \geq 1$.

- А) 2^{2^3} Б) 2^{2^4} В) $2^{2^{11}}$ Г) $2^{2^{16}}$ Д) $2^{2^{768}}$

14. У правоугаонику $ABCD$ дужина странице BC једнака је половини дужине дијагонале AC . Нека је M тачка на страници CD таква да је $AM = MC$. Колика је мера $\sphericalangle CAM$?

- А) $12,5^\circ$ Б) 15° В) $27,5^\circ$ Г) $42,5^\circ$ Д) нека друга вредност

15. Наталија је исекла правоугаоник површине 2016 на 56 једнаких квадрата. Дужине страница правоугаоника и квадрата су цели бројеви. За колико различитих правоугаоника је ово могла да уради?

- А) 2 Б) 4 В) 6 Г) 8 Д) 0

16. На острву Манаб сваки становник је или витез (увек говори истину) или лопов (увек говори лаж). На путовању по острву сретнеш 7 становника како седе око логорске ватре. Сви ће ти рећи: „Ја седим између два лопова!“ Колико је лопова међу њима?

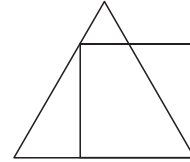
- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) потребно је још информација

17. Једначине $x^2 + ax + b = 0$ и $x^2 + bx + a = 0$ имају реална решења. Ако је збир квадрата решења прве једначине једнак збиру квадрата решења друге једначине и $a \neq b$, тада је збир $a + b$ једнак:

- А) 0 Б) -2 В) 4 Г) -4 Д) није могуће одредити

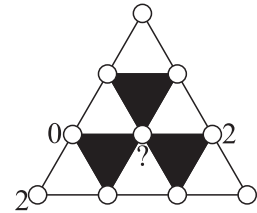
18. Ако је обим квадрата на слици једнак 4, тада је обим једнако-страничног троугла једнак:

- А) 4 Б) $3 + \sqrt{3}$ В) 3 Г) $3 + \sqrt{2}$ Д) $4 + \sqrt{3}$



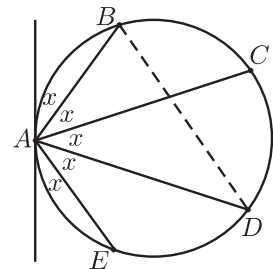
19. Свака од десет тачака на слици означена је са 0, 1 или 2. Познато је да је збир бројева у теменима белих троуглова дељив са 3, док збир бројева у теменима црних троуглова није дељив са 3. Три темена су означена као што је приказано на слици. Којим бројевима можемо означити централно теме?

- А) само бројем 0 Б) само бројем 1 В) само бројем 2
Г) бројевима 0 или 1 Д) бројевима 0, 1 или 2



20. Јована је конструисала тангенту круга у тачки A , а затим означила тачке B, C, D и E тако да су означени углови једнаки (видети слику). Колика је мера $\sphericalangle ABD$?

- А) 66° Б) $70,5^\circ$ В) 72° Г) 75° Д) $77,5^\circ$



Задачи који вреде 5 поена

21. Колико различитих решења има једначина $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1$?

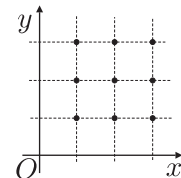
- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) бесконачно много

22. Однос обима четвороугла и обима круга уписаног у тај четвороугао је $4 : 3$. Однос површина четвороугла и круга једнак је:

- А) $4 : \pi$ Б) $3\sqrt{2} : \pi$ В) $16 : 9$ Г) $\pi : 3$ Д) $4 : 3$

23. Колико има квадратних функција независне променљиве x таквих да њихов график садржи најмање 3 означене тачке на слици?

- А) 6 Б) 15 В) 19 Г) 22 Д) 27



24. У правоуглом троуглу ABC (са правим углом код темена A) симетрале оштрих углова секу се у тачки P . Ако је растојање од тачке P до хипотенузе $\sqrt{8}$, колико је растојање од тачке P до темена A ?

- А) 8 Б) 3 В) $\sqrt{10}$ Г) $\sqrt{12}$ Д) 4

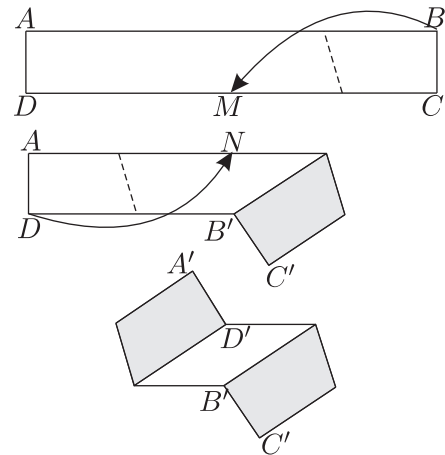
25. Три троцифрена броја су формирана од цифара 1, 2, ..., 9 (свака цифра је употребљена тачно једном). Који од следећих бројева не може бити једнак збиру та три броја?

- А) 1500 Б) 1503 В) 1512 Г) 1521 Д) 1575

26. Коцка је подељена на 6 пирамида спајањем дате тачке у унутрашњости коцке са сваким од темена коцке. Запремине пет добијених пирамида су 2, 5, 10, 11 и 14. Колика је запремина шесте пирамиде?

- А) 1 Б) 4 В) 6 Г) 9 Д) 12

27. Правоугаона папирна трака $ABCD$ ширине 5 cm и дужине 50 cm је бела са једне стране, а сива са друге (видети слику). Кристина је пресавијајући траку спојила теме B са тачком M која је средиште странице CD . Пресавијајући поново, она је спојила теме D са тачком N која је средиште странице AB . Колика је површина у cm^2 видљивог белог дела траке након пресавијања?

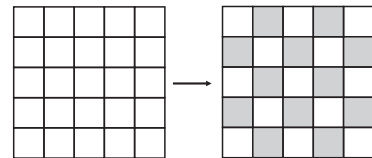


- А) 50 Б) 60 В) 62,5
Г) 100 Д) 125

28. Ана је изабрала природан број n и записала збир свих бројева од 1 до n . Прост број p дели збир, али не дели ниједан од сабирака. Који од следећих бројева може бити једнак збиру $n + p$?

- А) 217 Б) 221 В) 229 Г) 245 Д) 269

29. Посматрајмо таблу 5×5 подељену на 25 поља (видети слику). У почетку сва поља су бела. У сваком кораку дозвољено је променити три узастопна поља у врсти или у колони у супротне боје (тј. бела поља постају сива, а сива постају бела). Који је најмањи број могућих потеза да би се добила шаховска табла као на слици десно?



- А) мање од 10 Б) 10 В) 12 Г) више од 12 Д) није могуће урадити

30. Природан број N има тачно шест различитих делилаца укључујући 1 и N . Производ пет од њих је 648. Шести делилац је:

- А) 4 Б) 8 В) 9 Г) 12 Д) 24

Задаци: „Kangaroo Meeting 2015”, Гетеборг, Шведска
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
 Превод: проф. др Марија Станић, Ненад Стојановић
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
 URL: <http://www.dms.rs>