Kenguru Határok Nélkül Matematika Verseny 2015.
11 – 12. osztály

3 pontos feladatok

1. Ani 1997-ben született, húga, Lili pedig 2001-ben. Mi érvényes biztosan a kettejük között lévő korkülönbségre?

A) kevesebb, mint 4 év **B)** legalább 4 év **C)** pontosan 4 év
D) több, mint 4 év **E)** nem kevesebb, mint 3 év

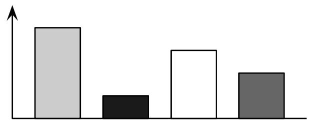
2. $(a-b)^5 + (b-a)^5 =$

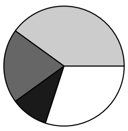
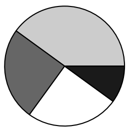
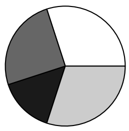
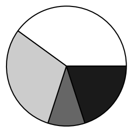
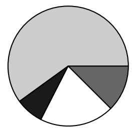
A) 0 **B)** $2\,(a-b)^5$
C) $2a^5 - 2b^5$ **D)** $2a^5 + 2b^5$ **E)** $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

3. Hány megoldása van a $2^{2x} = 4^{x+1}$ egyenletnek?

A) 0 **B)** végtelen sok **C)** 2 **D)** 1 **E)** 3

4. Dani egy oszlopgrafikonon ábrázolta a biológia szakkör alkalmából az erdőben tett kiránduláson látott négy fafajta mennyiségét (lásd a jobb oldali ábrát). Dávid úgy gondolta, hogy a körgrafikon sokkal jobban szemlélteti a különböző fák mennyiségének arányát. Melyik a megfelelő kördiagram?

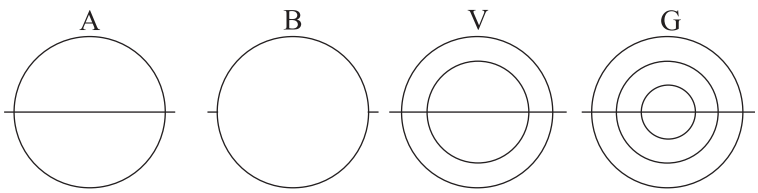


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

5. Összeadtunk 31 természetes számot, a 2001-től kezdődően egészen 2031-ig. A kapott összeget elosztottuk 31-gyel. Mi lett az eredmény?

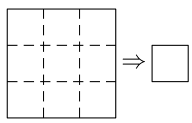
A) 2012 **B)** 2013 **C)** 2015 **D)** 2016 **E)** 2496

6. Az alábbi alakzatok közül hányat rajzolhatunk meg a ceruza felemelése nélkül úgy, hogy egyik vonalat se rajzoljuk meg kétszer?



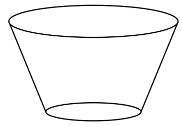
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

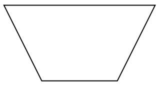
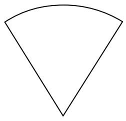
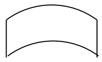
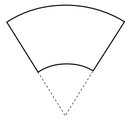
7. Egy négyzet alakú papírlapot a szaggatott vonalak mentén, azokat tetszőleges sorrendben megválasztva összehajtogattuk (lásd az ábrát). A kapott négyzetnek levágtuk az egyik sarkát. Ezután széthajtogattuk. Hány lyuk keletkezett a papíron?



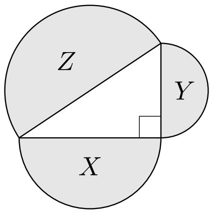
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 4 **E)** 9

8. Egy vizespohár csonka kúp alakú (lásd az ábrát). A pohár külső része (az alap nélkül) csomagolópapírral van bevonva. Milyen alakú kell, hogy legyen a papír, hogy a poharat átfedés nélkül teljesen bevonja?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

9. A három félkör átmérője egyenlő a derékszögű háromszög oldalainak hosszával. A területeik $X\,\mathrm{cm}^2$, $Y\,\mathrm{cm}^2$ és $Z\,\mathrm{cm}^2$, amint azt az ábra is mutatja. Az alábbi állítások közül melyik igaz biztosan?



A) $X+Y<Z$ **B)** $\sqrt{X}+\sqrt{Y}=\sqrt{Z}$ **C)** $X+Y=Z$
D) $X^2+Y^2=Z^2$ **E)** $X^2+Y^2=Z$

10. Egy konvex négyszögnek n darab hegyesszöge van. Mely értékeket veheti fel az n?

A) $0,1$ és 2 **B)** $0,1,2$ és 3 **C)** $0,1,2,3$ és 4 **D)** $0,1$ és 3 **E)** $1,2$ és 3

4 pontos feladatok

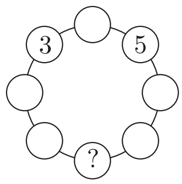
11. $\sqrt{(2015+2015)+(2015-2015)+(2015\cdot 2015)+(2015:2015)}=$

A) $\sqrt{2015}$ **B)** 2015 **C)** 2016 **D)** 2017 **E)** 4030

12. Hány részre osztja fel a koordináta-síkot az x tengely valamint az $f(x)=2-x^2$ és a $g(x)=x^2-1$ függvények grafikonja?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11

13. Emma úgy akarja számokkal kitölteni az ábrán levő köröket, hogy mindegyik körben levő szám egyenlő legyen a két, vele szomszédos körbe írt szám összegével. Melyik számot kell Emmának a kérdőjel helyére írni?



A) -5 **B)** -16
C) -8 **D)** -3 **E)** lehetetlen megoldani

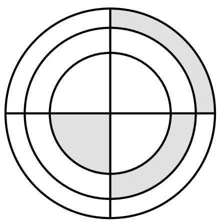
14. Öt különböző természetes számra, a, b, c, d és e, érvényes a következő: $c:e=b$, $a+b=d$ és $e-d=a$. Az a, b, c, d és e számok közül melyik a legnagyobb?

A) a **B)** b **C)** c **D)** d **E)** e

15. Egy n pozitív számból álló halmaz mértani közepének nevezzük az ezen számok szorzatának n-edik gyökét. Legyen egy három számból álló halmaz mértani közepe 3, egy másik három számból álló halmaz mértani közepe pedig 12. Mi a mértani közepe annak a halmaznak, amely az előbbi hat számból áll?

A) 4 **B)** 6 **C)** $\frac{15}{2}$ **D)** $\frac{15}{6}$ **E)** 36

16. Az ábrán három koncentrikus kör és két egymásra merőleges átmérő látható. Ha tudjuk, hogy mindhárom árnyékolt terület nagysága egyenlő, és a legkisebb kör sugara 1 egység, mekkora a három sugár szorzata?



A) $\sqrt{6}$ **B)** 3 **C)** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **D)** $2\sqrt{2}$ **E)** 6

17. Egy autókereskedő két autót vásárolt. Az elsőt 40%-kal, a másodikat pedig 60%-kal drágábban adta el, mint amennyiért vásárolta. A pénzösszeg, amit a két autó eladásából szerzett 54%-kal volt több, mint amennyit fizetett a két autóért. Milyen arányban van az első, illetve a második autó ára, amelyen az autókereskedő beszerezte?

A) $10:13$ **B)** $20:27$ **C)** $3:7$ **D)** $7:12$ **E)** $2:3$

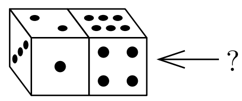
18. Márknak egy olyan kockája van, amelyen az $1,2,3,4,5$ és 6 számok szerepelnek. Andris kockáján pedig a $2,2,2,5,5$ és 5 számok vannak. Márk és Andris azt játsszák, hogy aki a nagyobb számot dobja, az nyer. Ha ugyanazt a számot dobják, akkor a játék döntetlen. Mekkora a valószínűsége annak, hogy Andris nyer?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{7}{18}$ **C)** $\frac{5}{12}$ **D)** $\frac{1}{2}$ **E)** $\frac{11}{18}$

19. Egy dobozban 2015 üveggolyó van. Az üveggolyókat megszámoztuk 1-től 2015-ig. Azokat az üveggolyókat, amelyeken a számjegyek összege ugyanannyi, ugyanolyan színűre festettük. Azok az üveggolyók, amelyeken a számjegyek összege különböző, különböző színűre vannak festve. Hány különböző színű üveggolyó van a dobozban?

A) 10 **B)** 27 **C)** 28 **D)** 29 **E)** 2015

20. Egy szabályos dobókockán a szemközti oldalakon levő pöttyök összege mindig 7. Az ábrán két egyforma, szabályos dobókocka látható. Hány pötty lehet a jobb oldali kocka kérdőjellel jelölt (az ábrán nem látható) oldalán?



A) csak 5 **B)** csak 2
C) 2 vagy 5 **D)** 1 vagy 2 vagy 3 vagy 5 **E)** 2 vagy 3 vagy 5

5 pontos feladatok

21. Az alábbi táblázat a 10-es szorzótáblát mutatja.

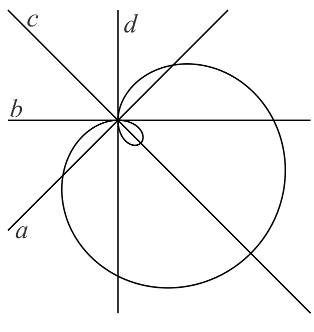
$\cdot$	1	2	3	$\cdots$	10
1	1	2	3	$\cdots$	10
2	2	4	6	$\cdots$	20
$\vdots$	$\vdots$				$\vdots$
10	10	20	30	$\cdots$	100

.

Mennyi a táblázatban levő 100 szorzat összege?

A) 1000 **B)** 2025 **C)** 2500 **D)** 3025 **E)** 5500

22. Az ábrán levő görbe mindazoknak az (x, y) pontoknak a grafikonja, amelyek kielégítik az $(x^2+y^2-2x)^2 = 2(x^2+y^2)$ egyenletet. Az a, b, c, d egyenesek közül melyik az y tengely?



A) a **B)** b **C)** c **D)** d **E)** egyik sem

23. Az alábbi állításokat sorban olvasva melyik az első igaz állítás?

A) C) igaz **B)** A) igaz **C)** E) hamis
D) B) hamis **E)** $1 + 1 = 2$

24. Hány olyan szabályos sokszög van, amelyek szögeinek nagysága (fokokban mérve) természetes szám?

A) 17 **B)** 18 **C)** 22 **D)** 25 **E)** 60

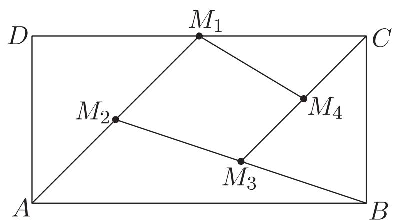
25. Hány olyan háromjegyű természetes szám van, amelyek felírhatók a 2 kilenc különböző hatványának összegeként?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

26. Hány olyan ABC háromszög van, amelyben az $ABC\sphericalangle = 90°$, $AB = 20$ és minden oldala egész szám?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 6

27. Az ábrán látható $ABCD$ téglalap CD oldalának felezőpontja M_1, az AM_1 szakasz felezőpontja M_2, a BM_2 szakasz felezőpontja M_3, a CM_3 szakasz felezőpontja pedig M_4. Mekkora az $M_1M_2M_3M_4$ négyszög és az $ABCD$ téglalap területének aránya?



A) $\frac{7}{16}$ **B)** $\frac{3}{16}$ **C)** $\frac{7}{32}$ **D)** $\frac{9}{32}$ **E)** $\frac{1}{5}$

28. A táblára piros és kék téglalapokat rajzoltunk. E téglalapok közül pontosan 7 négyzet. A piros téglalapok száma 3-mal több, mint a kék négyzetek száma. A piros négyzetek száma 2-vel több, mint a kék téglalapok száma. Hány kék téglalap van a táblán?

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 10

29. 96 ember egy kört alkot. Elkezdik sorban mondani a számokat $1, 2, 3$ stb, ahogyan a körben állnak. Azok, akik páros számot mondanak, elhagyják a kört, a többiek pedig folytatják a számolást, a második kört a 97-es számmal kezdve. Ezt a játékot addig folytatják, amíg csak egy ember nem marad. Melyik számot mondta ez a személy az első körben?

A) 1 **B)** 17 **C)** 33 **D)** 65 **E)** 95

30. A KANGAROO szó betűit Péter és Petra számjegyekre cserélik úgy, hogy a kapott szám osztható legyen 11-el. A különböző betűket különböző, az egyformákat pedig egyforma számjegyekre cserélik. (K $\neq$ 0). Péter a lehető legnagyobb, Petra pedig a lehető legkisebb számot alakította így ki. Az egyik betűt mindketten ugyanarra a számjegyre cserélték. Melyik ez a számjegy?

A) 0 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

Feladatok: „Kangaroo Meeting 2014”, San Juan, Portorico
A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete
Fordította: Zita Diana, matematika szakos tanár
Lektorálta: Béres Zoltán, matematika szakos tanár
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: http://www.dms.rs