

Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2015.

11 – 12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Ankica je rođena 1997. godine, a njena mlađa sestra Ljubica 2001. Šta važi za razliku njihovih godina u svakom slučaju?

- A) manja je od 4 godine B) najmanje je 4 godine V) tačno je 4 godine
 G) veća je od 4 godine D) nije manja od 3 godine

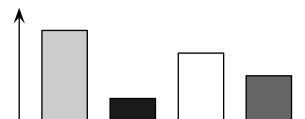
2. $(a - b)^5 + (b - a)^5 =$

- A) 0 B) $2(a - b)^5$
 V) $2a^5 - 2b^5$ G) $2a^5 + 2b^5$ D) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

3. Koliko rešenja ima jednačina $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- A) 0 B) beskonačno mnogo V) 2 G) 1 D) 3

4. Danica je nacrtala stubični dijagram kojim je predstavljena količina četiri vrste drveća koje su uočene u jednoj šumi tokom ekskurzije biologa (videti sliku desno). Danko je smatrao da kružni dijagram mnogo bolje prikazuje odnos količine različitih vrsta drveća. Kako izgleda odgovarajući kružni dijagram?

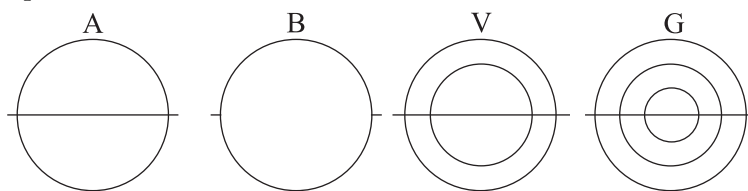


- A) B) V) G) D)

5. Sabran je 31 prirodan broj, redom od 2001 do 2031, a zatim je dobijeni zbir podeljen sa 31. Koji rezultat je dobijen?

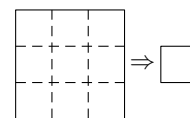
- A) 2012 B) 2013 V) 2015 G) 2016 D) 2496

6. Koliko od sledećih figura se može nacrtati jednom neprekidnom linijom tako da se nijedan segment ne crta dva puta?



- A) 0 B) 1 V) 2 G) 3 D) 4

7. Papir kvadratnog oblika je presavijen po isprekidanim linijama, birajući jednu liniju za drugom u proizvoljnom poretku i smeru (videti sliku). Od dobijenog kvadrata odsečen je jedan ugao. Nakon toga papir je razvijen. Koliko je rupa na papiru?



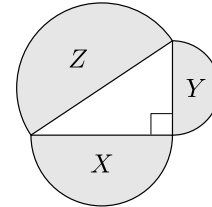
- A) 0 B) 1 V) 2 G) 4 D) 9

8. Čaša za vodu je oblika zarubljene kupe (videti sliku). Spoljašnjost čaše (bez osnove) je obavijena ukrasnim papirom. Koji oblik mora da ima papir da bi potpuno prekrrio čašu bez preklapanja?



- A) B) V) G) D)

9. Tri polukruga imaju prečnike koji su jednaki dužinama stranica pravouglog trougla. Njihove površine su $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ i $Z \text{ cm}^2$, kao što je prikazano na slici. Koje od sledećih tvrđenja je sigurno tačno?



- A) $X + Y < Z$ B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ V) $X + Y = Z$
 G) $X^2 + Y^2 = Z^2$ D) $X^2 + Y^2 = Z$

10. Broj oštih uglova u nekom konveksnom četvorouglu je n . Koje sve vrednosti može imati broj n ?

- A) 0, 1, 2 B) 0, 1, 2, 3 V) 0, 1, 2, 3, 4 G) 0, 1, 3 D) 1, 2, 3

Zadaci koji vrede 4 poena

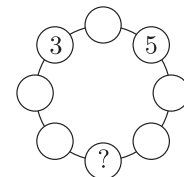
11. $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)} =$

- A) $\sqrt{2015}$ B) 2015 V) 2016 G) 2017 D) 4030

12. Na koliko oblasti x -osa i grafici funkcija $f(x) = 2 - x^2$ i $g(x) = x^2 - 1$ dele ravan?

- A) 7 B) 8 V) 9 G) 10 D) 11

13. Ema želi da upiše po jedan broj u svaki krug na slici tako da svaki broj bude jednak zbiru brojeva upisanih u dva njemu susedna kruga. Koji broj Ema treba da upiše u polje sa znakom pitanja?



- A) -5 B) -16 V) -8 G) -3 D) nemoguće je

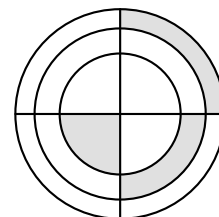
14. Za pet različitih prirodnih brojeva, a , b , c , d i e važi: $c : e = b$, $a + b = d$ i $e - d = a$. Koji od brojeva a , b , c , d i e je najveći?

- A) a B) b V) c G) d D) e

15. Geometrijska sredina skupa od n pozitivnih brojeva definiše se kao n -ti koren iz proizvoda tih brojeva. Geometrijska sredina jednog skupa od tri broja je 3, a geometrijska sredina drugog skupa od tri broja je 12. Kolika je geometrijska sredina skupa koji sadrži svih tih šest brojeva?

- A) 4 B) 6 V) $\frac{15}{2}$ G) $\frac{15}{6}$ D) 36

16. Na slici su prikazana tri koncentrična kruga i dva međusobno normalna prečnika. Ako tri osenčene figure imaju istu površinu i ako poluprečnik malog kruga ima dužinu 1, koliki je proizvod dužina sva tri poluprečnika?



- A) $\sqrt{6}$ B) 3 V) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ G) $2\sqrt{2}$ D) 6

17. Prodavac automobila je kupio dva automobila. Prvi automobil je prodao 40% skuplje nego što ga je platio, a drugi 60% skuplje nego što ga je platio. Novac koji je dobio za ta dva automobila bio je za 54% veći u odnosu na to koliko je on platio za oba automobila. Koliki je odnos cena po kojima je prodavac kupio prvi i drugi automobil?

- A) 10 : 13 B) 20 : 27 V) 3 : 7 G) 7 : 12 D) 2 : 3

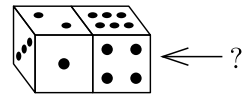
18. Marko ima kockicu na čijim stranama su brojevi 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Uroš ima kockicu na čijim stranama su brojevi 2, 2, 2, 5, 5 i 5. Kada Marko i Uroš bacaju kockice pobeđuje onaj kome padne veći broj. Ako im padnu isti brojevi onda je nerešeno. Kolika je verovatnoća da Uroš pobeđi?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{18}$ V) $\frac{5}{12}$ G) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{18}$

19. U kutiji je 2015 klikera. Klikeri su obeleženi brojevima od 1 do 2015. Klikeri obeleženi brojevima koji imaju isti zbir cifara obojeni su istom bojom, a klikeri koji su obeleženi brojevima sa različitim zbirovima cifara obojeni su različitim bojama. Koliko različitih boja klikera je u kutiji?

- A) 10 B) 27 V) 28 G) 29 D) 2015

20. Za standardnu kockicu važi da je zbir brojeva tačkica na suprotnim stranama jednak 7. Dve identične standardne kockice su prikazane na slici. Koliko tačkica može biti na (nevidljivoj) strani desno označenoj znakom pitanja?



- A) samo 5 B) samo 2 V) 2 ili 5 G) 1 ili 2 ili 3 ili 5 D) 2 ili 3 ili 5

Zadaci koji vrede 5 poena

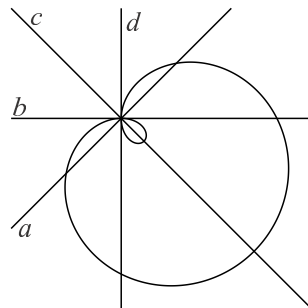
21. Sledeća tabela prikazuje množenje brojeva od 1 do 10.

| | | | | | |
|----|----|----|----|-----|-----|
| · | 1 | 2 | 3 | ... | 10 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | ... | 10 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | ... | 20 |
| ⋮ | ⋮ | | | | ⋮ |
| 10 | 10 | 20 | 30 | ... | 100 |

Koliki je zbir svih 100 proizvoda u kompletnoj tabeli?

- A) 1000 B) 2025 V) 2500 G) 3025 D) 5500

22. Kriva na slici predstavlja skup svih tačaka (x, y) u ravni koje zadovoljavaju jednačinu $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. Koja od pravih a, b, c, d predstavlja y -osu?



- A) a B) b V) c G) d D) nijedna od njih

23. Čitajući sledeća tvrđenja redom, koje je prvo tačno tvrđenje?

- A) V) je tačno B) A) je tačno V) D) nije tačno
G) B) nije tačno D) $1 + 1 = 2$

24. Koliko ima pravilnih mnogouglova takvih da su mere njihovih uglova (u stepenima) prirodni brojevi?

- A) 17 B) 18 V) 22 G) 25 D) 60

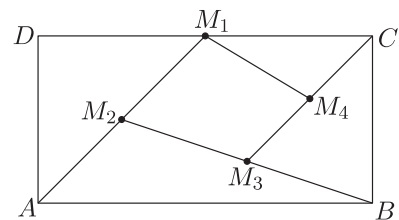
25. Koliko ima trocifrenih prirodnih brojeva koji se mogu predstaviti kao zbrojevi tačno devet različitih stepena broja 2?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

26. Koliko ima trouglova ABC kod kojih je $\sphericalangle ABC = 90^\circ$, $AB = 20$ i sve stranice su celobrojne dužine?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 6

27. U pravougaoniku $ABCD$, prikazanom na slici, tačka M_1 je središte stranice CD , M_2 je središte duži AM_1 , M_3 je središte duži BM_2 i M_4 je središte duži CM_3 . Odrediti odnos između površine četvorougla $M_1M_2M_3M_4$ i površine pravougaonika $ABCD$.



- A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{3}{16}$ V) $\frac{7}{32}$ G) $\frac{9}{32}$ D) $\frac{1}{5}$

28. Na tabli su nacrtani crveni i plavi pravougaonici. Tačno 7 od tih pravougaonika su kvadrati. Broj crvenih pravougaonika je za 3 veći od broja plavih kvadrata. Broj crvenih kvadrata je za 2 veći od broja plavih pravougaonika. Koliko je plavih pravougaonika nacrtano na tabli?

- A) 1 B) 3 V) 5 G) 6 D) 10

29. 96 osoba je poređano u krug. Oni počinju da govore brojeve 1, 2, 3 itd. redom kako su raspoređeni u krugu. Svaka osoba koja kaže paran broj izlazi iz kruga, a preostali nastavljaju da govore brojeve počevši drugi krug od broja 97. Oni govore brojeve na ovaj način sve dok u krugu ne ostane samo jedna osoba. Koji broj je ta preostala osoba rekla u prvom krugu?

- A) 1 B) 17 V) 33 G) 65 D) 95

30. U reči KANGAROO Bojan i Bojana zamenjuju slova ciframa, tako da dobijeni broj bude deljiv sa 11. Različita slova zamenjuju različitim ciframa, a isto slovo istom cifrom ($K \neq 0$). Bojan je dobio najveći mogući broj, a Bojana najmanji mogući broj. Oboje su jedno slovo zamenili istom cifrom. Koja je to cifra?

- A) 0 B) 3 V) 4 G) 5 D) 6

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2014”, San Huan, Portoriko
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
Prevod: prof. dr Marija Stanić
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg
E-mail: društvoematematicara@yahoo.com
URL: <http://www.dms.rs>