

Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2015.

11 – 12. разред

Загацки који вреде 3 поена

1. Анкица је рођена 1997. године, а њена млађа сестра Љубица 2001. Шта важи за разлику њихових година у сваком случају?

- А) мања је од 4 године Б) најмање је 4 године В) тачно је 4 године
Г) већа је од 4 године Д) није мања од 3 године

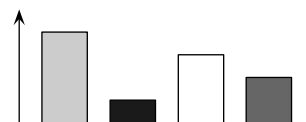
2. $(a - b)^5 + (b - a)^5 =$

- А) 0 Б) $2(a - b)^5$
В) $2a^5 - 2b^5$ Г) $2a^5 + 2b^5$ Д) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

3. Колико решења има једначина $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- А) 0 Б) бесконачно много В) 2 Г) 1 Д) 3

4. Даница је нацртала стубични дијаграм којим је представљена количина четири врсте дрвећа које су уочене у једној шуми током екскурзије биолога (видети слику десно). Данко је сматрао да кружни дијаграм много боље приказује однос количине различитих врста дрвећа. Како изгледа одговарајући кружни дијаграм?

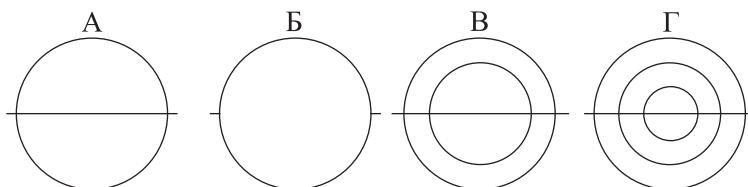


- А) Б) В) Г) Д)

5. Сабран је 31 природан број, редом од 2001 до 2031, а затим је добијени збир подељен са 31. Који резултат је добијен?

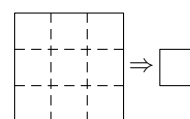
- А) 2012 Б) 2013 В) 2015 Г) 2016 Д) 2496

6. Колико од следећих фигура се може нацртати једном непрекидном линијом тако да се ниједан сегмент не црта два пута?



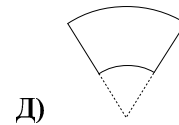
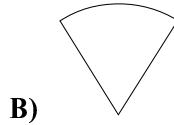
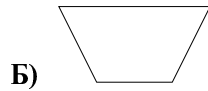
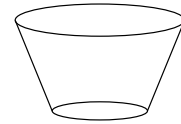
- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

7. Папир квадратног облика је пресавијен по испрекиданим линијама, бирајући једну линију за другом у произвољном поретку и смеру (видети слику). Од добијеног квадрата одсечен је један угао. Након тога папир је развијен. Колико је рупа на папиру?

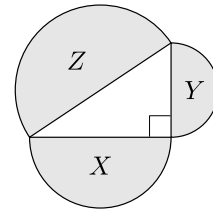


- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 4 Д) 9

8. Чаша за воду је облика зарубљене купе (видети слику). Спољашњост чаше (без основе) је обавијена украсним папиром. Који облик мора да има папир да би потпуно прекрио чашу без преклапања?



9. Три полукруга имају пречнике који су једнаки дужинама страница правоуглог троугла. Њихове површине су $X \text{ cm}^2$, $Y \text{ cm}^2$ и $Z \text{ cm}^2$, као што је приказано на слици. Које од следећих тврђења је сигурно тачно?



- А) $X + Y < Z$ Б) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ В) $X + Y = Z$
 Г) $X^2 + Y^2 = Z^2$ Д) $X^2 + Y^2 = Z$

10. Број оштрих углова у неком конвексном четвороуглу је n . Које све вредности може имати број n ?

- А) 0, 1, 2 Б) 0, 1, 2, 3 В) 0, 1, 2, 3, 4 Г) 0, 1, 3 Д) 1, 2, 3

Задачи који вреде 4 поена

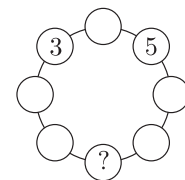
11. $\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)} =$

- А) $\sqrt{2015}$ Б) 2015 В) 2016 Г) 2017 Д) 4030

12. На колико области x -оса и графици функција $f(x) = 2 - x^2$ и $g(x) = x^2 - 1$ деле раван?

- А) 7 Б) 8 В) 9 Г) 10 Д) 11

13. Ема жели да упише по један број у сваки круг на слици тако да сваки број буде једнак збиру бројева уписаних у два њему суседна круга. Који број Ема треба да упише у поље са знаком питања?



- А) -5 Б) -16 В) -8 Г) -3 Д) немогуће је

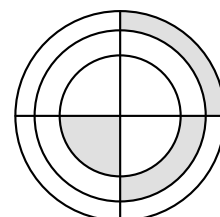
14. За пет различитих природних бројева, a, b, c, d и e важи: $c : e = b$, $a + b = d$ и $e - d = a$. Који од бројева a, b, c, d и e је највећи?

- А) a Б) b В) c Г) d Д) e

15. Геометријска средина скупа од n позитивних бројева дефинише се као n -ти корен из производа тих бројева. Геометријска средина једног скупа од три броја је 3, а геометријска средина другог скупа од три броја је 12. Колика је геометријска средина скупа који садржи свих тих шест бројева?

- А) 4 Б) 6 В) $\frac{15}{2}$ Г) $\frac{15}{6}$ Д) 36

16. На слици су приказана три концентрична круга и два међусобно нормална пречника. Ако три осенчене фигуре имају исту површину и ако полупречник малог круга има дужину 1, колики је производ дужина сва три полупречника?



- А) $\sqrt{6}$ Б) 3 В) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ Г) $2\sqrt{2}$ Д) 6

17. Продавац аутомобила је купио два аутомобила. Први аутомобил је продао 40% скупље него што га је платио, а други 60% скупље него што га је платио. Новац који је добио за та два аутомобила био је за 54% већи у односу на то колико је он платио за оба аутомобила. Колики је однос цена по којима је продавац купио први и други аутомобил?

- А) 10 : 13 Б) 20 : 27 В) 3 : 7 Г) 7 : 12 Д) 2 : 3

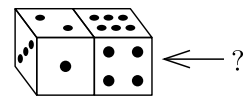
18. Марко има коцкицу на чијим странама су бројеви 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Урош има коцкицу на чијим странама су бројеви 2, 2, 2, 5, 5 и 5. Када Марко и Урош бацају коцкице побеђује онај коме падне већи број. Ако им падну исти бројеви онда је нерешено. Колика је вероватноћа да Урош победи?

- А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{7}{18}$ В) $\frac{5}{12}$ Г) $\frac{1}{2}$ Д) $\frac{11}{18}$

19. У кутији је 2015 кликера. Кликери су обележени бројевима од 1 до 2015. Кликери обележени бројевима који имају исти збир цифара обојени су истом бојом, а кликери који су обележени бројевима са различитим збиром цифара обојени су различитим бојама. Колико различитих боја кликера је у кутији?

- А) 10 Б) 27 В) 28 Г) 29 Д) 2015

20. За стандардну коцкицу важи да је збир бројева тачкица на супротним странама једнак 7. Две идентичне стандардне коцкице су приказане на слици. Колико тачкица може бити на (невидљивој) страни десно означеној знаком питања?



- А) само 5 Б) само 2 В) 2 или 5 Г) 1 или 2 или 3 или 5 Д) 2 или 3 или 5

Задачи који вреде 5 поена

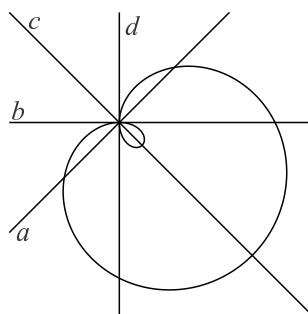
21. Следећа табела приказује множење бројева од 1 до 10.

·	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
⋮	⋮				⋮
10	10	20	30	...	100

Колики је збир свих 100 производа у комплетној табели?

- А) 1000 Б) 2025 В) 2500 Г) 3025 Д) 5500

22. Крива на слици представља скуп свих тачака (x, y) у равни које задовољавају једначину $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. Која од правих a, b, c, d представља y -осу?



- А) a Б) b В) c Г) d Д) ниједна од њих

23. Читајући следећа тврђења редом, које је прво тачно тврђење?

- А) В) је тачно Б) А) је тачно В) Д) није тачно
Г) Б) није тачно Д) $1 + 1 = 2$

24. Колико има правилних многоуглова таквих да су мере њихових углова (у степенима) природни бројеви?

- А) 17 Б) 18 В) 22 Г) 25 Д) 60

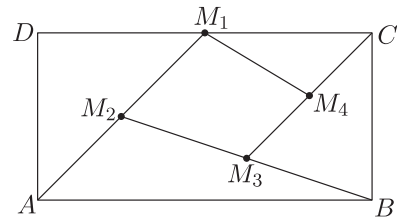
25. Колико има троцифрених природних бројева који се могу представити као зборови тачно девет различитих степена броја 2?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

26. Колико има троуглова ABC код којих је $\sphericalangle ABC = 90^\circ$, $AB = 20$ и све странице су целобројне дужине?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 6

27. У правоугаонику $ABCD$, приказаном на слици, тачка M_1 је средиште странице CD , M_2 је средиште дужи AM_1 , M_3 је средиште дужи BM_2 и M_4 је средиште дужи CM_3 . Одредити однос између површине четвороугла $M_1M_2M_3M_4$ и површине правоугаоника $ABCD$.



- А) $\frac{7}{16}$ Б) $\frac{3}{16}$ В) $\frac{7}{32}$ Г) $\frac{9}{32}$ Д) $\frac{1}{5}$

28. На табли су нацртани црвени и плави правоугаоници. Тачно 7 од тих правоугаоника су квадрати. Број црвених правоугаоника је за 3 већи од броја плавих квадрата. Број црвених квадрата је за 2 већи од броја плавих правоугаоника. Колико је плавих правоугаоника нацртано на табли?

- А) 1 Б) 3 В) 5 Г) 6 Д) 10

29. 96 особа је поређано у круг. Они почињу да говоре бројеве 1, 2, 3 итд. редом како су распоређени у кругу. Свака особа која каже паран број излази из круга, а преостали настављају да говоре бројеве почевши други круг од броја 97. Они говоре бројеве на овај начин све док у кругу не остане само једна особа. Који број је та преостала особа рекла у првом кругу?

- А) 1 Б) 17 В) 33 Г) 65 Д) 95

30. У речи KANGAROO Бојан и Бојана замењују слова цифрама, тако да добијени број буде дељив са 11. Различита слова замењују различитим цифрама, а исто слово истом цифром ($K \neq 0$). Бојан је добио највећи могући број, а Бојана најмањи могући број. Обоје су једно слово заменили истом цифром. Која је то цифра?

- А) 0 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6

Задаци: „Kangaroo Meeting 2014”, Сан Хуан, Порторико
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: проф. др Марија Станић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: <http://www.dms.rs>