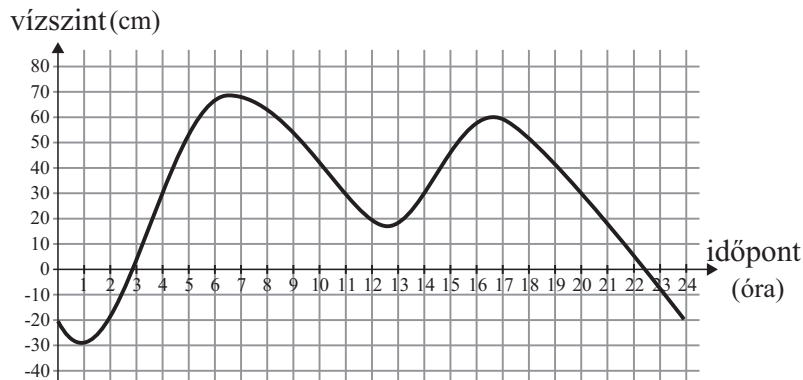


# Kenguru Határok Nélkül Matematika Verseny 2012.

## 11 – 12. osztály

### 3 pontos feladatok

1. A folyó vízállása egy napon az ábrán látható módon csökkent, illetve emelkedett. Hány órán keresztül volt 30 cm fölött a vízszint aznap?



- A) 5    B) 6    C) 7    D) 9    E) 13

2.  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$

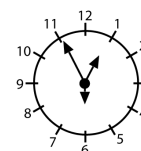
- A) 1    B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt[6]{4}$     D)  $\sqrt[3]{4}$     E) 2

3. Egy ötelemű számsorozat első tagja a 2, az utolsó pedig a 12. Az első három szám szorzata 30, a középső három szám szorzata 90, az utolsó három szám szorzata pedig 360. Melyik a sorozat középső eleme?

2				12
---	--	--	--	----

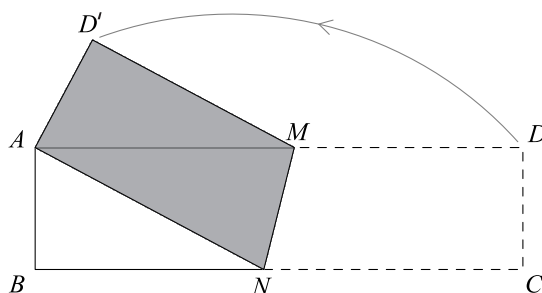
- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 10

4. Egy különleges órának három különböző hosszúságú mutatója van (az óra-, a perc- és a másodpercmutató). Nem tudjuk, hogy melyik mutató mit mutat, de azt igen, hogy az óra pontosan jár. A jobb oldali ábrán levő órán a következő időpont látható: 12 : 55 : 30. Melyik órán látható a 8 : 11 : 00 időpont?



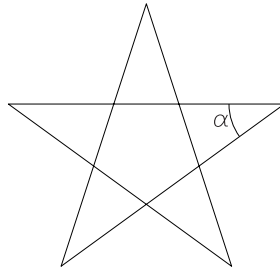
- A)    B)    C)    D)    E)

5. A papírból kivágott  $ABCD$  téglalapot, amelynek oldalai 4 és 16 egység, az  $MN$  szakasz mentén kettéhajtottuk úgy, hogy a  $C$  pont egybeessen az  $A$  ponttal (lásd az ábrát). Mekkora az  $ANMD'$  négyszög területe?



- A) 28    B) 30    C) 32    D) 48    E) 56

6. Egy kilencjegyű szám számjegyeinek az összege 8. Mennyi a számjegyeinek a szorzata?  
 A) 0    B) 1    C) 8    D) 9    E) 9!
7. Az  $n$  természetes szám legnagyobb értéke, amelyre  $n^{200} < 5^{300}$ , a(z)  
 A) 5    B) 6    C) 8    D) 11    E) 12
8. Az alábbi függvények közül melyik elégíti ki az  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$  egyenletet?  
 A)  $f(x) = \frac{2}{x}$     B)  $f(x) = \frac{1}{1+x}$     C)  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$   
 D)  $f(x) = \frac{1}{x}$     E)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$
9. Az  $x$  valós szám kielégíti az  $x^3 < 64 < x^2$  egyenlőtlenséget. Melyik igaz az alábbi állítások közül?  
 A)  $0 < x < 64$     B)  $-8 < x < 4$     C)  $x > 8$     D)  $-4 < x < 8$     E)  $x < -8$
10. Az ábrán egy szabályos ötágú csillag látható. Mekkora az  $\alpha$  szög?



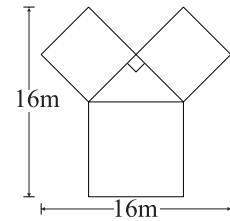
- A)  $24^\circ$     B)  $30^\circ$     C)  $36^\circ$     D)  $45^\circ$     E)  $72^\circ$

#### 4 pontos feladatok

11. Éveim száma egy kétjegyű természetes szám, amely az 5 hatványa. Az egyik rokonom éveinek a száma szintén kétjegyű természetes szám, amely a 2 hatványa. Éveink számjegyeinek összege páratlan szám. Mennyi az éveink számjegyeinek a szorzata?  
 A) 240    B) 2010    C) 60    D) 50    E) 300
12. Szicíliaiban az utazási iroda négy kirándulást szervezett az ott lévő turistáknak. Mindegyik kiránduláson az ott levő turisták 80%-a vett részt. Mennyi a turistáknak az a lehető legkisebb százaléka, amely részt vett mind a négy kiránduláson?  
 A) 80%    B) 60%    C) 40%    D) 20%    E) 16%
13. Az  $|x| + |x - 3| > 3$  egyenlőtlenség megoldáshalmaza  
 A)  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$     B)  $(-3, 3)$   
 C)  $(-\infty, -3)$     D)  $(-3, \infty)$     E) minden valós szám
14. Szlovákiában az osztályzatok 1-től (legjobb) 5-ig (legrosszabb) terjednek. Egy szlovákiai iskolában a negyedikesek elég rosszul írták meg a tesztet. Az átlagosztályzat 4 volt. A fiúk egy kicsit jobban írták meg a tesztet, így az átlagosztályzatuk 3,6, míg a lányoké 4,2 volt. Melyik mondat érvényes erre az osztályra az alábbiak közül?  
 A) A fiúk kétszer többen vannak, mint a lányok.    B) 4-szer több fiú van, mint lány.  
 C) Kétszer annyi lány van, mint fiú.    D) 4-szer több a lány, mint a fiú.  
 E) Ugyanannyi lány van, mint fiú.

15. Az ábrán egy virágoskert vázlata látható. A két egybevágó négyzetben fehér rózsák, a harmadik négyzetben piros rózsák, míg a derékszögű háromszögben sárga rózsák nőnek. A virágoskert hossza és szélessége is 16 m. Mekkora a rózsákert területe?

- A)  $114 \text{ m}^2$    B)  $130 \text{ m}^2$    C)  $144 \text{ m}^2$   
 D)  $160 \text{ m}^2$    E)  $186 \text{ m}^2$

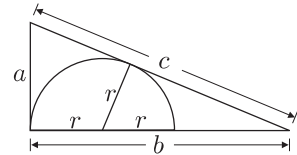


16. A mozi első sorába minden jegy elkel. A székeket az 1-essel kezdve sorban megszámozták. Tévedésből eggyel több jegyet adtak el. Az eladott mozijegyeken levő széksorszámok összege 857 volt. Hányas számú székre adtak el két jegyet?

- A) 4   B) 16   C) 25   D) 37   E) 42

17. Adott egy derékszögű háromszög, amelynek oldalai  $a$ ,  $b$  és  $c$ . Mivel egyenlő az ábrán látható beírt félkör sugara?

- A)  $\frac{a(c-a)}{2b}$    B)  $\frac{ab}{a+b+c}$    C)  $\frac{ab}{b+c}$   
 D)  $\frac{2ab}{a+b+c}$    E)  $\frac{ab}{a+c}$

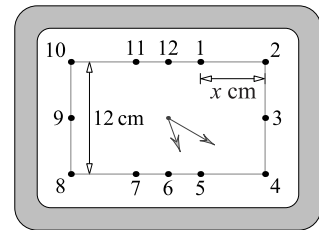


18. Az  $ABCD$  négyzet oldalának hossza 2 egység. Az  $E$  és az  $F$  pont rendre az  $AB$  és az  $AD$  oldalak felezőpontja, a  $G$  pont pedig a  $CF$  szakaszon van, amelyre igaz, hogy  $3CG = 2GF$ . Ekkor a  $BEG$  háromszög területe

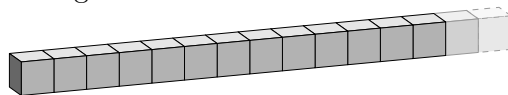
- A)  $\frac{7}{10}$    B)  $\frac{4}{5}$    C)  $\frac{8}{5}$    D)  $\frac{3}{5}$    E)  $\frac{6}{5}$

19. Az ábrán egy téglalap alakú óra látható. Mindkét mutatója állandó sebességgel mozog, pontosan ugyanúgy, mint egy rendes óra esetén. A 8 és a 10 számok közötti távolság 12 cm, az 1 és a 2 közötti távolság pedig  $x$  cm. Mennyi az  $x$  értéke?

- A)  $3\sqrt{3}$    B)  $2\sqrt{3}$    C)  $4\sqrt{3}$   
 D)  $2 + \sqrt{3}$    E)  $12 - 3\sqrt{3}$



20. Zsebibaba szabályos dobókockákat rakosgat sorba (a szabályos dobókocka szemközti oldalain levő pöttyök összege 7). Két kockát csak azokkal az oldalakkal ragaszthat össze, amelyeken ugyanannyi pötty van. Azt szeretné, hogy a kockák külső oldalain levő pöttyök összege 2012 legyen. Hány kockára van szüksége?



- A) 70   B) 71   C) 142   D) 143   E) Ez az eset nem lehetséges.

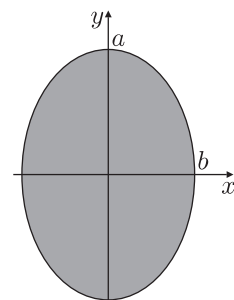
### 5 pontos feladatok

21. Mekkora a lehető legkisebb belső szöge az  $ABC$  egyenlőszárú háromszögnek, ha a háromszög súlyvonala két egyenlőszárú háromszögre bontja az adott háromszöget?

- A)  $15^\circ$    B)  $22,5^\circ$    C)  $30^\circ$    D)  $36^\circ$    E)  $45^\circ$

22. Legyen  $a > b$ . Ha az ábrán látható ellipszist az  $x$  tengely körül forgatjuk, akkor az  $E_x$  ellipszoidot kapjuk, amelynek térfogata  $V_x$ . Ha az ellipszist az  $y$  tengely körül forgatjuk, akkor az  $E_y$  ellipszoidot kapjuk, amelynek térfogata  $V_y$ . Melyik igaz az alábbi állítások közül?

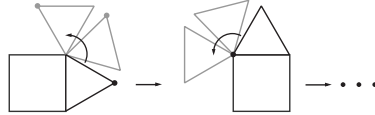
- A)  $E_x = E_y$  és  $V_x = V_y$    B)  $E_x = E_y$ , de  $V_x \neq V_y$   
 C)  $E_x \neq E_y$  és  $V_x > V_y$    D)  $E_x \neq E_y$  és  $V_x < V_y$   
 E)  $E_x \neq E_y$ , de  $V_x = V_y$



23. Vegyünk két műveletet, amit egy törttel elvégezhetünk: 1) a számlálót növelhetjük 8-cal; 2) a nevezőt növelhetjük 7-tel. Az előbbi két műveletet  $n$ -szer alkalmaztuk valamilyen sorrendben a  $\frac{7}{8}$  törtre, és végül az eredeti törtet kaptuk. Mennyi az  $n$  lehető legkisebb értéke?

- A) 56    B) 81    C) 109    D) 113    E) Ez az eset nem lehetséges.

24. Egy szabályos háromszöget az egységnyi oldalú négyzet körül görgetünk (lásd az ábrát). Milyen hosszú utat tesz meg a megjelölt pont addig, amíg a háromszög és a megjelölt pont is újra a kiindulási helyzetbe nem ér?



- A)  $4\pi$     B)  $\frac{28}{3}\pi$     C)  $8\pi$     D)  $\frac{14}{3}\pi$     E)  $\frac{21}{2}\pi$

25. Hány olyan  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  permutációja van az  $\{1, 2, 3, 4\}$  halmaznak, amelyre fennáll, hogy az  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$  összeg osztható 3-mal?

- A) 8    B) 12    C) 14    D) 16    E) 24

26. Az algebra óra után az  $y = x^2$  függvény és 2012 darab egyenes grafikonja maradt fent a táblán, amelyek mindegyike párhuzamos az  $y = x$  egyenessel és mindegyik két pontban metszi a parabolát. A metszéspontok  $x$  koordinátáinak összege

- A) 0    B) 1    C) 1006    D) 2012    E) Nem lehet meghatározni.

27. A kocka három (nem ugyanahhoz az oldalához tartozó) csúcsa  $P(3; 4; 1)$ ,  $Q(5; 2; 9)$  és  $R(1; 6; 5)$ . Melyik pont a kocka középpontja?

- A)  $A(4; 3; 5)$     B)  $B(2; 5; 3)$     C)  $C(3; 4; 7)$     D)  $D(3; 4; 5)$     E)  $E(2; 3; 5)$

28. Az  $1, 1, 0, 1, -1, \dots$  számsorozat első két tagja,  $a_1$  és  $a_2$  is 1-gyel egyenlő. A harmadik tag az öt megelőző két tag különbsége, azaz  $a_3 = a_1 - a_2$ . A negyedik tag az öt megelőző két tag összege, vagyis  $a_4 = a_2 + a_3$ . Továbbá  $a_5 = a_3 - a_4$ ,  $a_6 = a_4 + a_5$ , és így tovább. Mennyi az adott számsorozat első 100 tagjának az összege?

- A) 0    B) 3    C)  $-21$     D) 100    E)  $-1$

29. Ibi az  $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$  halmazból két számot választott ki,  $a$ -t és  $b$ -t. A két szám szorzata,  $ab$ , egyenlő a többi 24 szám összegével. Mennyi az  $|a - b|$  értéke?

- A) 10    B) 9    C) 7    D) 2    E) 6

30. Csodaországban minden macska vagy bölcs, vagy örült. Ha egy bölcs macska 3 örült macskával kerül egy szobába, akkor megőrül. Ha egy örült macska kerül egy szobába három bölcs macskával, akkor örültnek kiáltják ki. Egy üres szobába három macska ment be. Miután a 4. macska bement, az első kijött a szobából. Az 5. macska belépése után a 2. jött ki a szobából, és így tovább. A 2012. macska belépése után történt meg először, hogy egy macskát örültnek kiáltottak ki. Az alábbiak közül melyik két macskára igaz, hogy mindketten örültek?

- A) az 1. és a 2011.    B) a 2. és a 2010.    C) a 3. és a 2009.  
D) a 4. és az utolsó    E) a 2. és a 2011.

Feladatok: "Kangaroo Meeting 2011", Bled, Szlovénia  
A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete  
Fordította: Zita Diana matematika szakos tanár  
Lektorálta: Béres Zoltán matematika szakos tanár  
E-mail: [info@dms.org.rs](mailto:info@dms.org.rs)  
URL: <http://www.dms.org.rs>