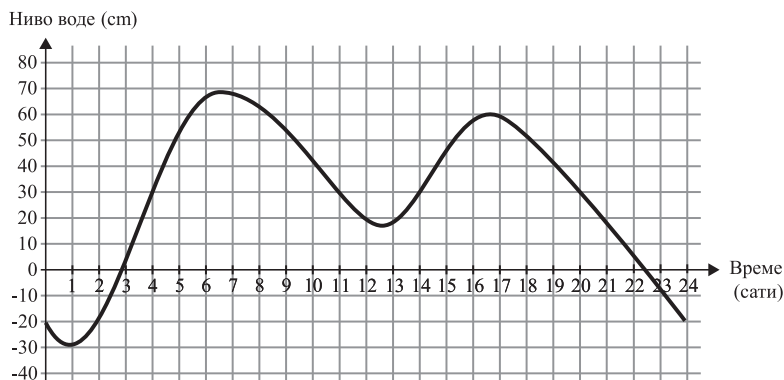


Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2012.

11 – 12. разред

Загацки који вреде 3 поена

1. Ниво воде у луци је извесног дана растао и падао као што је приказано на слици. Колико сати је тог дана ниво воде био изнад 30 cm?



- А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 9 Д) 13

2. $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$

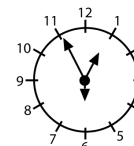
- А) 1 Б) $\sqrt{2}$ В) $\sqrt[6]{4}$ Г) $\sqrt[3]{4}$ Д) 2

3. У низу од пет бројева број 2 је први, а број 12 последњи. Производ прва три броја је 30, производ средња три броја је 90, а производ последња три броја је 360. Који је број у средини тог низа?

2				12
---	--	--	--	----

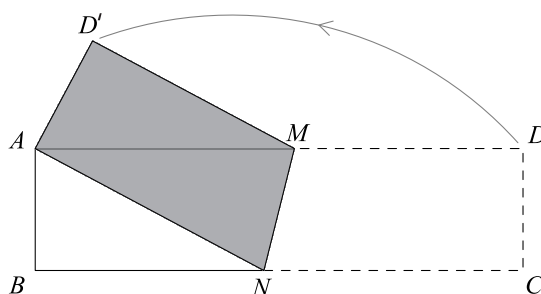
- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) 10

4. Специјални сат има три казаљке различитих дужина (за сате, минуте и секунде). Не знамо која је која казаљка, али знамо да је сат исправан. У 12.55.30 казаљке су биле у позицији као на слици. Како ће изгледати сат у 8.11.00?



- А) Б) В) Г) Д)

5. Парче папира правоугаоног облика $ABCD$, димензија 4×16 пресавијено је по дужи MN тако да се теме C поклапа са тачком A (види слику). Колика је површина четвороугла $ANMD'$?



- А) 28 Б) 30 В) 32 Г) 48 Д) 56

6. Збир цифара деветоцифреног броја је 8. Колики је производ његових цифара?

- А) 0 Б) 1 В) 8 Г) 9 Д) 9!

7. Максимална вредност природног броја n за који је $n^{200} < 5^{300}$ је

- А) 5 Б) 6 В) 8 Г) 11 Д) 12

8. Која од следећих функција задовољава једначину

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}?$$

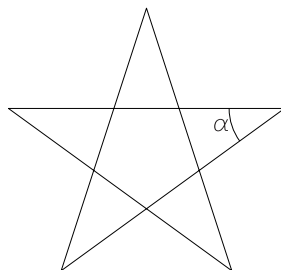
А) $f(x) = \frac{2}{x}$ Б) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ В) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$

Г) $f(x) = \frac{1}{x}$ Д) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. Реални број x задовољава $x^3 < 64 < x^2$. Које тврђење је тачно?

- А) $0 < x < 64$ Б) $-8 < x < 4$ В) $x > 8$ Г) $-4 < x < 8$ Д) $x < -8$

10. Која је величина угла α у правилној петокракој звезди?



- А) 24° Б) 30° В) 36° Г) 45° Д) 72°

Задачи који вреде 4 поена

11. Број мојих година је двоцифрен природан број, који је степен броја 5, а број година мог рођака је двоцифрен број који је степен броја 2. Збир цифара бројева наших година је непаран број. Колики је производ цифара бројева наших година?

- А) 240 Б) 2010 В) 60 Г) 50 Д) 300

12. Туристичка агенција је за групу туриста на Сицилији организовала четири факултативна излета. На сваки излет је ишло 80% туриста из групе. Који је најмањи могући проценат туриста из групе који су ишли на сва четири излета?

- А) 80% Б) 60% В) 40% Г) 20% Д) 16%

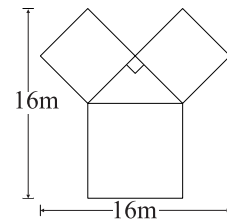
13. Скуп решења неједначине $|x| + |x - 3| > 3$ је

- А) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ Б) $(-3, 3)$
В) $(-\infty, -3)$ Г) $(-3, \infty)$ Д) сви реални бројеви

14. Школске оцене у Словачкој су од 1 (најбоља) до 5 (најлошија). У једној словачкој школи тест није баш добро урађен у четвртог разреду. Просечна оцена је била 4. Дечаци су урадили тест мало боље и њихова просечна оцена је била 3,6, док је просечна оцена девојчица била 4,2. Која је од следећих реченица о том разреду тачна?

- А) Има дупло више дечака него девојчица. Б) Има 4 пута више дечака него девојчица.
В) Има дупло више девојчица него дечака. Г) Има 4 пута више девојчица него дечака.
Д) Има исти број дечака и девојчица.

15. На слици је приказан план цвећњака. Беле руже расту унутар два подударна квадрата, а црвене руже у трећем квадрату. Жуте руже расту у правоуглом троуглу. Дужина и ширина цвећњака су по 16 m. Колика је површина дела цвећњака под ружама?

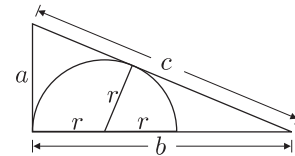


- А) 114 m^2 Б) 130 m^2 В) 144 m^2
 Г) 160 m^2 Д) 186 m^2

16. Продате су све улазнице за први ред у биоскопу. Седишта су нумерисана редом бројевима почев од 1. Грешком је продата једна улазница више. Збир свих бројева седишта на свим продатим улазницама је 857. Који је број седишта за које су продате две улазнице?

- А) 4 Б) 16 В) 25 Г) 37 Д) 42

17. Дат је правоугли троугао са страницама дужина a , b и c . Колика је дужина полупречника уписаног полукруга на слици?

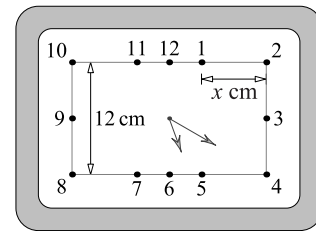


- А) $\frac{a(c-a)}{2b}$ Б) $\frac{ab}{a+b+c}$ В) $\frac{ab}{b+c}$
 Г) $\frac{2ab}{a+b+c}$ Д) $\frac{ab}{a+c}$

18. Дужина странице квадрата $ABCD$ је 2. Тачке E и F су средишта страница AB и AD , респективно, а G је тачка на дужи CF таква да је $3CG = 2GF$. Површина троугла BEG је

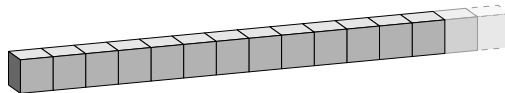
- А) $\frac{7}{10}$ Б) $\frac{4}{5}$ В) $\frac{8}{5}$ Г) $\frac{3}{5}$ Д) $\frac{6}{5}$

19. Сат на слици је правоугаоног облика, али се свака казаљка креће константном брзином као код нормалног сата. Растојање између бројева 8 и 10 је 12 cm и растојање између 1 и 2 је x cm. Колика је x ?



- А) $3\sqrt{3}$ Б) $2\sqrt{3}$ В) $4\sqrt{3}$
 Г) $2 + \sqrt{3}$ Д) $12 - 3\sqrt{3}$

20. Кенгур ређа стандардне коцкице у низ (код стандардне коцкице на наспрамним странама има укупно 7 тачкица). Он може да залепи две стране коцкица само ако је на њима исти број тачкица. Желео је да укупан број тачкица на спољним странама коцкица из низа буде 2012. Колика коцкица му је потребно?



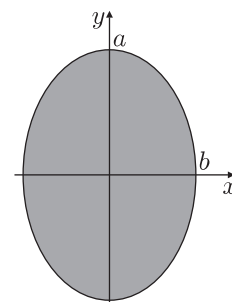
- А) 70 Б) 71 В) 142 Г) 143 Д) Немогуће је.

Задачи који вреде 5 поена

21. Која је најмања могућа величина једног угла у једнакокраком троуглу ABC , таквом да тежишна дуж дели троугао на два једнакокрака троугла?

- А) 15° Б) $22,5^\circ$ В) 30° Г) 36° Д) 45°

22. Нека је $a > b$. Ако елипса приказана на слици ротира око x осе добија се елипсоид E_x запремине V_x . Ако елипса ротира око y осе добија се елипсоид E_y запремине V_y . Које је од следећих тврђења тачно?

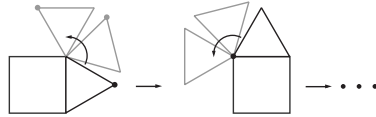


- А) $E_x = E_y$ и $V_x = V_y$ Б) $E_x = E_y$, али $V_x \neq V_y$
 В) $E_x \neq E_y$ и $V_x > V_y$ Г) $E_x \neq E_y$ и $V_x < V_y$
 Д) $E_x \neq E_y$, али $V_x = V_y$

23. Размотримо две операције које се могу применити на разломак: 1) повећање бројиоца за 8; 2) повећање имениоца за 7. Примењујући укупно n таквих операција у неком поретку, полазећи од разломка $\frac{7}{8}$ добили смо разломак исте вредности. Која је најмања могућа вредност број n ?

- А) 56 Б) 81 В) 109 Г) 113 Д) То је немогуће.

24. Једнакокракни троугао се котрља око квадрата странице јединичне дужине (види слику). Колика је дужина путање коју пређе означена тачка док троугао и тачка не дођу следећи пут у почетну позицију?



- А) 4π Б) $\frac{28}{3}\pi$ В) 8π Г) $\frac{14}{3}\pi$ Д) $\frac{21}{2}\pi$

25. Колико пермутација (x_1, x_2, x_3, x_4) скупа бројева $\{1, 2, 3, 4\}$ испуњава услов да је збир $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$ дељив са 3?

- А) 8 Б) 12 В) 14 Г) 16 Д) 24

26. После часа алгебре на табли су остали нацртани график функције $y = x^2$ и 2012 правих паралелних правој $y = x$, таквих да свака од њих сече параболу у две тачке. Збир x координата тачака пресека правих и параболе је

- А) 0 Б) 1 В) 1006 Г) 2012 Д) Немогуће је одредити.

27. Три темена коцке (не припадају сва истој страни) су $P(3, 4, 1)$, $Q(5, 2, 9)$ и $R(1, 6, 5)$. Која тачка је центар те коцке?

- А) $A(4, 3, 5)$ Б) $B(2, 5, 3)$ В) $C(3, 4, 7)$ Г) $D(3, 4, 5)$ Д) $E(2, 3, 5)$

28. У низу $1, 1, 0, 1, -1, \dots$ прва два члана a_1 и a_2 су једнака 1. Трећи члан је једнак разлици претходна два члана, тј. $a_3 = a_1 - a_2$. Четврти члан је једнак збиру претходна два члана, тј. $a_4 = a_2 + a_3$. Затим, $a_5 = a_3 - a_4$, $a_6 = a_4 + a_5$, итд. Колики је збир првих 100 чланова овог низа?

- А) 0 Б) 3 В) -21 Г) 100 Д) -1

29. Ивана је изабрала два броја a и b из скупа $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$. Производ ab је једнак збиру преостала 24 броја. Одредити $|a - b|$.

- А) 10 Б) 9 В) 7 Г) 2 Д) 6

30. Свака мачка у Земљи чуда је или мудра или луда. Ако се деси да се мудра мачка нађе у соби заједно са 3 луде мачке, она полуди. Ако се луда мачка нађе у соби са 3 мудре мачке, онда она бива обележена као луда. Три мачке су ушле у празну собу. Убрзо након што је ушла 4. мачка прва је изашла. После уласка 5. мачке, 2. је изашла, итд. Након што је ушла 2012. мачка први пут се десило да је једна мачка била означена као луда. Које од ових мачака могу обе бити луде након уласка у собу?

- А) 1. и 2011. Б) 2. и 2010. В) 3. и 2009. Г) 4. и последња Д) 2. и 2011.

Задаци: "Kangaroo Meeting 2011", Блед, Словенија
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
 Превод: др Марија Станић
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
 E-mail: info@dms.org.rs
 URL: <http://www.dms.org.rs>