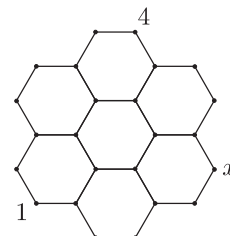


Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2011.

11 – 12. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. Свако теме решетке приказане на слици је обележено неким бројем, тако да је збир бројева којима су обележени крајеви сваке дужи исти. Два броја су већ уписана. Који број треба уписати уместо x ?



- А) 1 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) потребно је више података

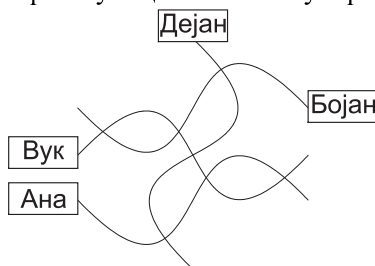
2. Тројица возача су учествовала у трци Формуле 1: Михаел, Фернандо и Себастиан. Непосредно након старта Михаел је био први, Фернандо други и Себастиан трећи. У току трке Михаел и Фернандо су мењали позиције 10 пута, Фернандо и Себастиан 9 пута, а Михаел и Себастиан 11 пута. Којим редоследом су завршили трку?

- А) Михаел, Фернандо, Себастиан Б) Фернандо, Себастиан, Михаел
 В) Себастиан, Михаел, Фернандо Г) Себастиан, Фернандо, Михаел
 Д) Фернандо, Михаел, Себастиан

3. Ако је $2^x = 15$ и $15^y = 32$, одредити xy .

- А) 5 Б) $\log_2 15 + \log_{15} 32$ В) $\log_2 47$ Г) 7 Д) $\sqrt{47}$

4. За време вожње по узбурканом мору, Јана је покушала да скицира мапу свог села. Успела је да нацрта четири улице, седам раскрсница које оне формирају и куће својих пријатеља (види слику). Међутим, у стварности, Улица липа, Улица чемпреса и Улица кестена су савршено праволинијске. Четврта улица је Крива улица. Ко живи у Кривој улици?

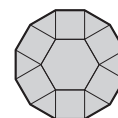


- А) Ана Б) Бојан В) Вук Г) Дејан Д) потребна је детаљнија мапа

5. Сви четвороцифрени бројеви чији је збир цифара 4 написани су у растућем поретку. На којој позицији се у том низу налази број 2011?

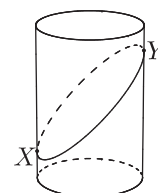
- А) 11. Б) 9. В) 7. Г) 12. Д) други одговор

6. Фигура на слици састоји се од правилног шестоугла, шест троуглова и шест квадрата. Обим дате фигуре је 18. Одредити дужину стране шестоугла.



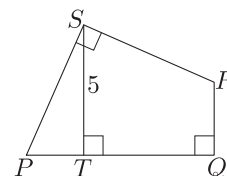
- А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ В) $\frac{3}{2}$ Г) 2 Д) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

7. Комад папира правоугаоног облика је обмотан око ваљка. Ваљак и папир су пресечени једном равни, тако да пресек пролази кроз тачке X и Y на слици. Доњи део папира је одмотан. Која слика одговара облику одмотаног папира?



- А) Б) В) Г) Д)

8. На слици је приказан четвороугао $PQRS$, код ког је $PS = SR$, $\sphericalangle PSR = \sphericalangle PQR = \sphericalangle 90^\circ$, $ST \perp PQ$ и $ST = 5$. Израчунати површину четвороугла $PQRS$?



- А) 20 Б) 22,5 В) 25 Г) 27,5 Д) 30

9. Андреја је написао све непарне бројеве од 1 до 2011 на табли, а онда је Бранко обрисао све који су дељиви са 3. Колико је бројева остало на табли?

- А) 335 Б) 336 В) 671 Г) 1005 Д) 1006

10. Марко и Ђорђе су бацали пуну шаку коцкица да би одлучили ко ће први да скочи у хладно језеро. Ако нема ниједне шестике, то ће бити Марко; ако има једна шестика, то ће бити Ђорђе; а ако има две или више шестика нико неће пливати тог дана. Колико коцкица треба да баце ако желе да обојица имају исте шансе да први скачу?

- А) 3 Б) 5 В) 8 Г) 9 Д) 17

Загацки који вреде 4 поена

11. Три правоугаоника су сложена тако да формирају велики правоугаоник (нема рупа нити преклапања). Један од та три правоугаоника има димензије 7×11 , а други 4×8 . Трећи правоугаоник је изабран тако да има највећу могућу површину. Које су његове димензије?

- А) 1×11 Б) 3×4 В) 3×8 Г) 7×8 Д) 7×11

12. Марко је желео да упише целе бројеве у поља мреже 3×3 , тако да збир бројева у сваком квадрату 2×2 буде 10. Четири броја су већ уписана (види слику). Која од следећих вредности може да буде збир пет бројева који недостају?

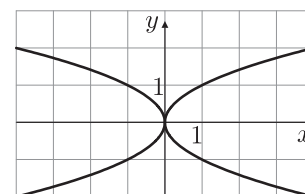
	2	
1		3
	4	

- А) 9 Б) 10 В) 12 Г) 13 Д) ниједан од бројева А-Г није могућ

13. На скијашко путовање је отишло 48 деце. Међу њима шесторо деце је на путу имало тачно једног брата или сестру, деветоро тачно два брата или сестре и четворо деце тачно три брата или сестре. Остала деца нису имала ни браће ни сестара на путовању. Колико породица је имало некога на том путовању?

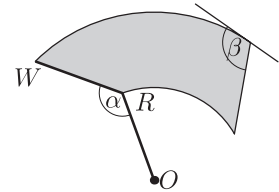
- А) 19 Б) 25 В) 31 Г) 36 Д) 48

14. Колико графика функција $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = \sqrt{-x}$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = \sqrt{|x|}$, $y = -\sqrt{|x|}$ је приказано на слици?



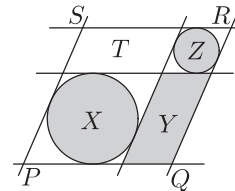
- А) ниједан Б) 2 В) 4 Г) 6 Д) свих 8

15. Брисач задњег стакла на колима је конструисан тако да су метлица брисача RW и носач OR исте дужине и спојени под фиксираним углом α . Брисач се окреће око тачке O и чисти област која је ошеничена на слици. Одредити угао β између десне ивице очишћене области и тангенте на криву у горњој тачки те ивице.



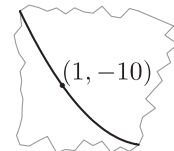
- А) $\frac{3\pi - \alpha}{2}$ Б) $\pi - \frac{\alpha}{2}$ В) $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ Г) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ Д) $\pi + \frac{\alpha}{2}$

16. На слици су приказане три хоризонталне линије и три паралелне косе линије. Сваки круг додирује четири линије. Површине ошеничених фигура су X , Y и Z (види слику), а W је површина паралелограма $PQRS$. Који је најмањи број површина X , Y , Z и W које треба знати да бисмо могли да израчунамо површину паралелограма обележену са T на слици?



- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) T се не може израчунати из X , Y и Z

17. У равни Oxy , са осама позиционираним на стандардан начин, тачка $A(1, -10)$ је обележена на параболу $y = ax^2 + bx + c$. Након тога координатне осе и скоро цела парабола су обрисане, а остао је само део приказан на слици. Које од следећи тврђења може бити нетачно?



- А) $a > 0$ Б) $b < 0$ В) $a + b + c < 0$ Г) $b^2 > 4ac$ Д) $c < 0$

18. Странице PQ , QR , RS , ST , TU и UP шестоугла су тангенте на исти круг. Дужине страница PQ , QR , RS , ST и TU су редом 4, 5, 6, 7 и 8. Колика је дужина странице UP ?

- А) 9 Б) 8 В) 7 Г) 6 Д) не може се одредити из датих података

19. Одредити збир свих природних бројева x мањих од 100 за које је $x^2 - 81$ дељиво са 100.

- А) 200 Б) 100 В) 90 Г) 81 Д) 50

20. Браћа Предраг и Ненад су дали истините одговоре на питање колико чланова има у њиховом шаховском клубу. Предраг је рекао: „Сем пет девојчица сви чланови нашег клуба су дечаци“. Ненад је рекао: „Свака група од шест чланова увек има најмање четири девојчице“. Колико чланова има њихов шаховски клуб?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 12 Д) 18

Задачи који вреде 5 поена

21. У бубњу за лутрију су лоптице. На свакој лоптици је написан по један природан број (бројеви на лоптицама су различити). На 30 лоптица су написани бројеви дељиви са 6, на 20 лоптица бројеви дељиви са 7, а на 10 лоптица бројеви дељиви са 42. Који је најмањи могући број лоптица у бубњу?

- А) 30 Б) 40 В) 53 Г) 54 Д) 60

22. Посматрајмо два аритметичка низа $5, 20, 35, \dots$ и $35, 61, 87, \dots$. Колико има различитих аритметичких низова природних бројева који садрже оба дата низа као своје поднизове?

- А) 1 Б) 3 В) 5 Г) 26 Д) бесконачно много

23. Низ реалних функција $f_1(x), f_2(x), \dots$, задовољава следећа два услова: $f_1(x) = x$ и $f_{n+1}(x) = \frac{1}{1 - f_n(x)}$, $n = 1, 2, \dots$. Колико је $f_{2011}(2011)$?

- А) 2011 Б) $-\frac{1}{2010}$ В) $\frac{2010}{2011}$ Г) 1 Д) -2011

24. У кутији се налазе црвене и зелене куглице. Вероватноћа да ће две случајно изабране куглице бити исте боје је $\frac{1}{2}$. Који од следећих бројева може бити укупан број куглица у кутији?

- А) 81 Б) 101 В) 1000 Г) 2011 Д) 10001

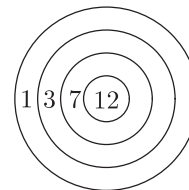
25. Авио компанија не наплаћује пртљак ако је његова тежина мања од одређене границе. За сваки килограм преко те границе плаћа се накнада. Пртљак госпође и господина Симића је био тежак 60 kg и они су због тога платили додатно 3 евра. Пртљак господина Савића је био исте тежине, али он је платио 10,5 евра. Која је максимална тежина пртљага коју путник може понети без плаћања накнаде?

- А) 10 kg Б) 18 kg В) 20 kg Г) 25 kg Д) 39 kg

26. У изразу $\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$ свако слово представља једну цифру различиту од нуле. Иста слова представљају исте цифре, а различита слова различите цифре. Која је најмања позитивна целобројна вредност датог израза?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 5 Д) 7

27. Робин Худ је погодио стрелом циљ три пута, добијајући поене за погодак као што је приказано на слици. Колико различитих укупних бројева поена он може добити?



- А) 13 Б) 17 В) 19 Г) 20 Д) 21

28. Нека су a, b и c природни бројеви такви да је $a^2 = 2b^3 = 3c^5$. Који је најмањи могући број делилаца броја abc (укључујући 1 и abc)?

- А) 30 Б) 49 В) 60 Г) 77 Д) 1596

29. Двадесет различитих природних бројева је написано на табли 4×5 . Било која два суседна броја (бројеви у пољима са заједничком страницом) имају заједнички делилац већи од 1. Ако је n највећи број у табли, наћи најмању могућу вредност за n .

- А) 21 Б) 24 В) 26 Г) 27 Д) 40

30. Коцка $3 \times 3 \times 3$ је направљена од 27 идентичних малих коцки. Раван је ортогонална на дијагонали велике коцке и пролази кроз њен центар. Колико малих коцки сече та раван?

- А) 17 Б) 18 В) 19 Г) 20 Д) 21

Задаци: "Kangaroo Meeting 2010", Тбилиси, Грузија
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: др Марија Станић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
E-mail: info@dms.org.rs
URL: <http://www.dms.org.rs>