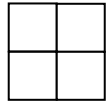


# Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2008.

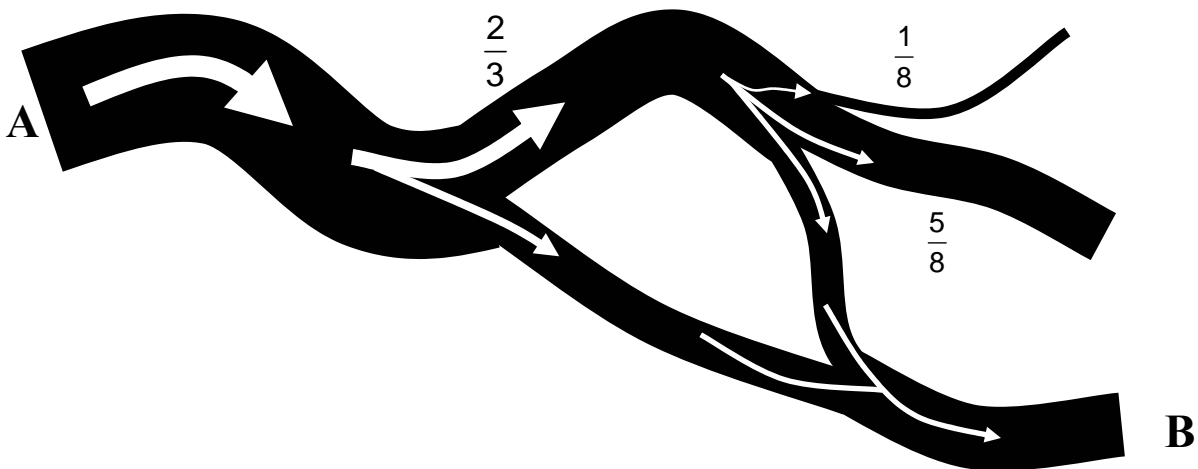
## 11-12. разред

### Задаци који вреде 3 поена

1. Бројеви 3, 4 и још два броја уписани су у поља табеле  $2 \times 2$ . Познато је да су збирови бројева у врстама једнаки 5 и 10, а да је збир бројева у једној од колона једнак 9. Већи од два уписана броја је

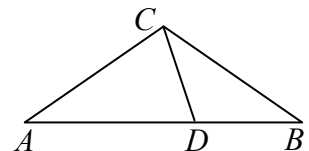


- A) 5                      Б) 6                      В) 7                      Г) 8                      Д) 3
2. Ако је  $x + y = 0$  и  $x \neq 0$ , тада је  $\frac{x^{2008}}{y^{2008}} =$
- A) -1                      Б) 0                      В) 1                      Г)  $2^{2008}$                       Д)  $x/y$
3. Матрица има 21 колону, обележене бројевима 1, 2, ..., 21 и 33 врсте, обележене бројевима 1, 2, ..., 33. Бришемо све врсте чији број није садржалац броја 3 и такође све колоне чији је број паран. Колико елемената матрице остаје након тога?
- A) 110                      Б) 121                      В) 115,5                      Г) 119                      Д) 242
4. Колико простих бројева  $p$  има особину да је и број  $p^4 + 1$  такође прост?
- A) Ниједан                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3                      Д) Бесконечно много
5. Река почиње да тече из тачке А. У свом току она се дели на два рукавца. У један рукавац одлази  $\frac{2}{3}$  воде, а у други остатак. Касније се први рукавац рачва у три рукавца, од којих у први одлази  $\frac{1}{8}$  воде из рукавца, у други  $\frac{5}{8}$  и у трећи остатак. Даље се овај последњи рукавац спаја са рукавцем као што је приказано на слици. Који део од укупне количине воде из реке протиче кроз тачку В?



- A)  $\frac{1}{3}$                       Б)  $\frac{5}{4}$                       В)  $\frac{2}{9}$                       Г)  $\frac{1}{2}$                       Д)  $\frac{1}{4}$

6. Нека је дат једнакокраки троугао  $ABC$  ( $CA = CB$ ). Тачка  $D$  се налази на страници  $AB$ , тако да је  $AD = AC$  и  $DB = DC$  (види слику). Наћи величину угла  $ACB$ .



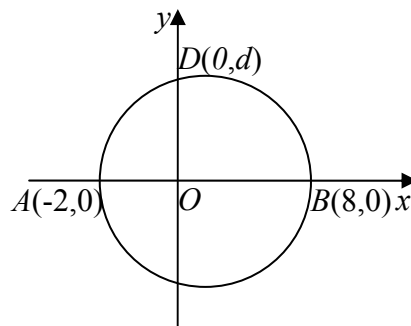
- A)  $98^\circ$                       Б)  $100^\circ$                       В)  $104^\circ$                       Г)  $108^\circ$                       Д)  $110^\circ$
7. Пет различитих тачака  $A_1, A_2, A_3, A_4$  и  $A_5$ , распоређено је на правој у датом редоследу (на неким растојањима између тачака, која могу бити различита). Тачка  $P$  се налази на истој правој, тако да је збир растојања  $PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$  минималан. Тада је тачка  $P$
- A)  $A_1$                       Б)  $A_2$                       В)  $A_3$   
 Г) било која тачка између  $A_2$  и  $A_4$                       Д) било која тачка између  $A_1$  и  $A_5$

8. Максимална вредност funkcije  $f(x) = |5 \sin x - 3|$  за  $x \in R$  је

- A) 2                      Б) 3                      В)  $\pi$                       Г)  $5\pi$                       Д) 8

9. На слици је приказан круг са пречником  $AB$  и тачком  $D$  на њему. Наћи  $d$ .

- A) 3                      Б)  $2\sqrt{3}$                       В) 4  
Г) 5                      Д) 6



10. Нена жели да два празна поља броја 2 \_ \_ 8 замени цифрама тако да добије број дељив са 3. Колико могућности има?

- A) 29                      Б) 30                      В) 19                      Г) 20                      Д) 33

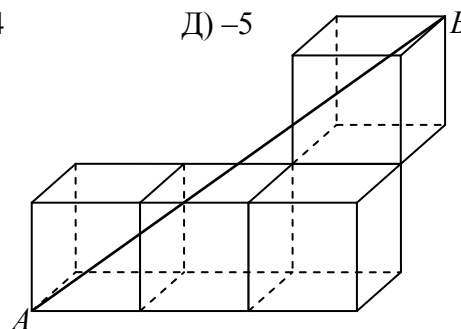
**Задачи који вреде 4 поена**

11. Дато је седам бројева:  $-9; 0; -5; 5; -4; -1; -3$ . Шест од њих треба поделити у три групе од по два броја, тако да збир бројева у свакој групи буде исти. Који број преостаје?

- A) 5                      Б) 0                      В)  $-3$                       Г)  $-4$                       Д)  $-5$

12. Свака од коцки на слици има ивице дужине 1. Колика је дужина дужи  $AB$ ?

- A)  $\sqrt{17}$                       Б) 7                      В)  $\sqrt{13}$   
Г)  $\sqrt{7}$                       Д)  $\sqrt{14}$



13. За математичко такмичење предложено је пет задатака. Пошто су сви задаци различите тежине, никоја два не носе исти број поена (сви поени су природни бројеви). Бранко је решио свих пет задатака без грешке и добио је укупно 10 поена за два задатка који носе најмање поена и укупно 18 поена за два задатка који носе највише поена. Колико поена је Бранко освојио?

- A) 30                      Б) 32                      В) 34                      Г) 35                      Д) 40

14. Марија је нацртала 36 кенгура користећи три различите боје. 25 кенгура има делове жуте боје, 28 има делове браон боје и 20 има делове црне боје. Само 5 кенгура има делове све три боје. Колико је једнобојних кенгура Марија нацртала?

- A) Ниједног                      Б) 4                      В) 12                      Г) 31                      Д) Немогуће је одредити

15. На слици свака звездица замењује једну цифру. Збир цифара из производа једнак је:

- A) 16                      Б) 20                      В) 26  
Г) 30                      Д) други одговор

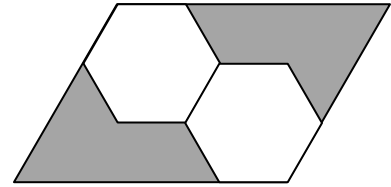
$$\begin{array}{r}
 \times \quad * * * \\
 \quad \times \quad 1 * * \\
 \hline
 \quad \quad 2 2 * * \\
 + \quad 9 0 * \\
 \quad * * 2 \\
 \hline
 5 6 * * *
 \end{array}$$

16. Бројилац и именилац разломка су негативни бројеви, а бројилац је за 1 већи од имениоца. Који од следећих исказа је тачан за тај разломак?

- A) Разломак је број мањи од  $-1$ .                      Б) Разломак је број између  $-1$  и  $0$ .  
В) Разломак је позитиван број мањи од  $1$ .                      Г) Разломак је број већи од  $1$ .  
Д) Не може се одредити да ли је разломак позитиван или негативан.

17. На слици два правилна шестоугла су подударна. Који део површине паралелограма је шрафиран?

А)  $1/2$                       Б)  $1/3$                       В)  $2/3$   
 Г)  $2/5$                       Д)  $5/12$

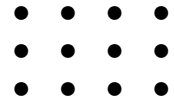


18. Претпоставимо да је  $x^2 y z^3 = 7^3$  и  $xy^2 = 7^9$ . Тада је  $xyz =$

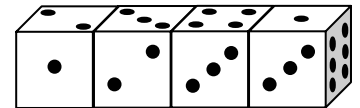
А)  $7^4$                       Б)  $7^6$                       В)  $7^8$                       Г)  $7^9$                       Д)  $7^{10}$

19. На случајан начин изабране су три тачке са мреже приказане на слици. Колика је вероватноћа да су оне колинеарне?

А)  $\frac{1}{12}$                       Б)  $\frac{1}{11}$                       В)  $\frac{1}{16}$                       Г)  $\frac{1}{8}$                       Д)  $\frac{3}{12}$



20. Четири идентичне коцкице поређане су као на слици. Коцкице нису стандардне, тј. збир бројева тачака на наспрамним странама не мора бити једнак 7. Наћи збир укупног броја тачака на свим странама које се додирују.



А) 19                      Б) 20                      В) 21                      Г) 22                      Д) 23

**Задаци који вреде 5 поена**

21. Дужине ивица блока (правоугли паралелепипед) у центиметрима су цели бројеви који формирају геометријски низ са количником  $q = 2$ . Која од следећих запремина може бити запремина таквог блока?

А)  $120 \text{ cm}^3$                       Б)  $188 \text{ cm}^3$                       В)  $216 \text{ cm}^3$                       Г)  $350 \text{ cm}^3$                       Д)  $500 \text{ cm}^3$

22. Одредити вредност израза  $x^2 + y^2 + z^2$ , ако је  $x + y + z = 1$  и  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ .

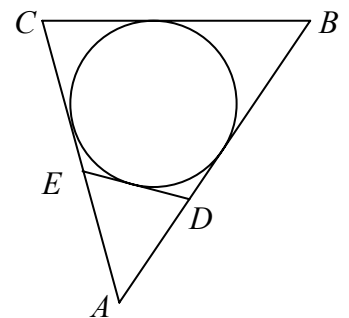
А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) 3                      Д) Немогуће је одредити

23. Први елемент низа је  $a_1 = 0$ , а за  $n \geq 1$  је  $a_{n+1} = a_n + (-1)^n \cdot n$ . Ако је  $a_k = 2008$ , тада  $k$  има вредност

А) 2008                      Б) 2009                      В) 4017                      Г) 4018                      Д) другу вредност

24. Круг је уписан у троугао  $ABC$ , као на слици и  $|AC| = 5$ ,  $|AB| = 6$ ,  $|BC| = 3$ . Дуж  $ED$  је тангента на круг. Обим троугла  $ADE$  је

А) 7                      Б) 4                      В) 9                      Г) 6                      Д) 8



25. Број  $3^{32} - 1$  има тачно два делиоца који су већи од 75, а мањи од 85. Колики је производ та два делиоца?

А) 5852                      Б) 6560                      В) 6804                      Г) 6888                      Д) 6972

26. Ако је  $\sin x + \cos x = m$ , тада је  $\sin^4 x + \cos^4 x =$

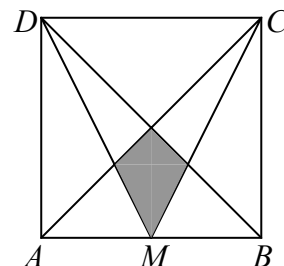
А)  $1 - \frac{(1-m^2)^2}{2}$                       Б)  $1 + \frac{(1-m^2)^2}{2}$                       В)  $\frac{1-(1-m^2)^2}{2}$                       Г)  $m^4$                       Д)  $m^4 + 1$

27. У кутији се налази седам карата, обележених бројевима од 1 до 7. Маја случајним избором узима 3 карте из кутије, а затим Јован узима 2 карте (2 карте остају у кутији). Након тога Маја каже Јовану: „Знам да је збир бројева на твојим картама паран.“ Збир бројева на Мајиним картама једнак је

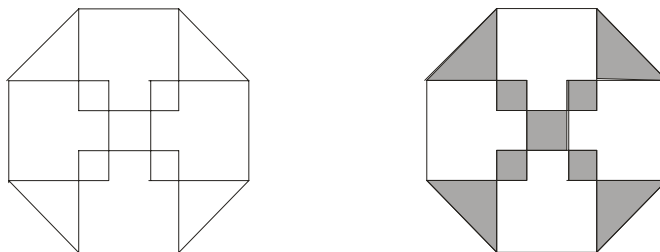
- A) 10                      Б) 12                      В) 6                      Г) 9                      Д) 15

28. Дужина странице квадрата  $ABCD$  је 1 и тачка  $M$  је средиште странице  $AB$ . Површина шрафираног дела је

- A)  $\frac{1}{24}$       Б)  $\frac{1}{16}$       В)  $\frac{1}{8}$       Г)  $\frac{1}{12}$       Д)  $\frac{2}{13}$

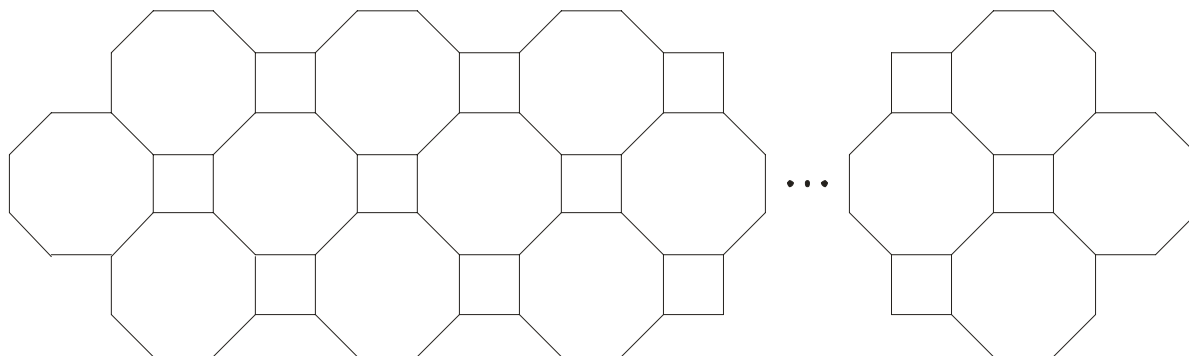


29. Осмоугао на слици је правилан. Најмањи од осенчених квадрата имају страницу дужине 1 cm и добијају се у пресеку четири квадрата конструисана над четири странице осмоугла. Израчунати, у  $\text{cm}^2$ , површину осенченог дела.



- A)  $8 + 20\sqrt{2}$       Б)  $11 + 4\sqrt{2}$       В)  $12 + 4\sqrt{2}$       Г)  $18 + 2\sqrt{2}$       Д) други одговор

30. Користећи металне цеви направљен је овај леп мозаик. Ако знамо да он има 61 осмоугао, колико је цеви употребљено?



- A) 488                      Б) 400                      В) 328                      Г) 244                      Д) 446

Задаци: “Kangaroo Meeting 2007”, Грац, Аустрија  
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије  
 Превод: др Марија Станић

Рецензија: проф. др Зоран Каделбург

e-mail: [info@dms.org.yu](mailto:info@dms.org.yu) web stranica: <http://www.dms.org.yu>