

Serbian version

Други дан
26. јул 2007.

4. задатак. Симетрала угла BCA троугла ABC сече његову описану кружницу по други пут у R , а симетрале страница BC и AC у P и Q , редом. Нека су K и L средишта страница BC и AC , редом. Доказати да су површине троуглова RPK и RQL једнаке.

5. задатак. Нека су a и b природни бројеви. Ако $4ab - 1$ дели $(4a^2 - 1)^2$ доказати да је $a = b$.

6. задатак. Нека је n природан број. Нека је

$$S = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0\}$$

скуп који се састоји од $(n+1)^3 - 1$ тачака тродимензионалног простора. Одредити најмањи могући број равни, чија унија садржи све тачке скупа S , а не садржи тачку $(0, 0, 0)$.

*Време рада: 4 сата и 30 минута
Сваки задатак вреди 7 поена*