Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2015.
9 – 10. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

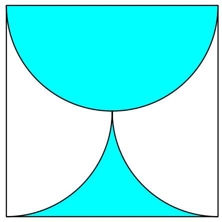
1. Koji od sledećih brojeva je najbliži proizvodu $20{,}15 \cdot 51{,}02$?

A) 100 **B)** 1000 **V)** 10000 **G)** 100000 **D)** 1000000

2. Mama je oprala majice i okačila ih redom na kanap za veš. Posle toga je zamolila decu da okače čarape tako što će između svake dve majice okačiti po jednu čarapu. Nakon što su deca okačila čarape na kanapu je bilo okačeno ukupno 29 majica i čarapa. Koliko je majica okačeno?

A) 10 **B)** 11 **V)** 13 **G)** 14 **D)** 15

3. Osenčeni deo kvadrata stranice dužine a na slici ograničen je jednim lukom koji odgovara polovini kružnice i sa dva luka od kojih svaki odgovara četvrtini kružnice. Kolika je njegova površina?

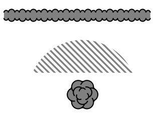
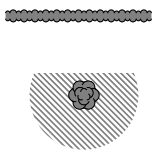
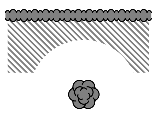
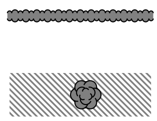
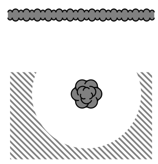


A) $\frac{\pi a^2}{8}$ **B)** $\frac{a^2}{2}$ **V)** $\frac{\pi a^2}{2}$ **G)** $\frac{a^2}{4}$ **D)** $\frac{\pi a^2}{4}$

4. Tri sestre Eva, Mia i Ina su kupile pakovanje od 30 kolačića i svaka je dobila po 10 kolačića. Međutim, Eva je platila 80 dinara, Mia 50 i Ina 20. Ako bi delile kolačiće proporcionalno novcu koji su dale, koliko kolačića više bi dobila Eva?

A) 10 **B)** 9 **V)** 8 **G)** 7 **D)** 6

5. Branislav želi da iskopa blago koje je prethodne godine zakopao u bašti. Seća se jedino da je blago zakopao na najmanje 5 m udaljenosti od ograde i na najviše 5 m udaljenosti od stabla stare kruške. Koja od sledećih slika prikazuje oblast u kojoj Branislav treba da traži svoje blago?

A)  **B)**  **V)**  **G)**  **D)** 

6. Koja je cifra jedinica broja $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

A) 1 **B)** 5 **V)** 6 **G)** 7 **D)** 9

7. U jednom odeljenju ima 33 učenika. Njihovi omiljeni predmeti su informatika i matematika. Tri učenika vole oba predmeta. Broj učenika koji vole samo informatiku je dva puta veći od broja učenika koji vole samo matematiku. Koliko učenika voli informatiku?

A) 15 **B)** 18 **V)** 20 **G)** 22 **D)** 23

8. Koji od sledećih brojeva nije ni potpuni kvadrat ni potpuni kub?

A) 6^{13} **B)** 5^{12} **V)** 4^{11} **G)** 3^{10} **D)** 2^9

9. Dragica je kupila 100 sveća. Ona svakog dana pali po jednu sveću i uvek pravi novu sveću od voska od 7 izgorelih sveća. Posle koliko dana će morati da kupuje nove sveće?

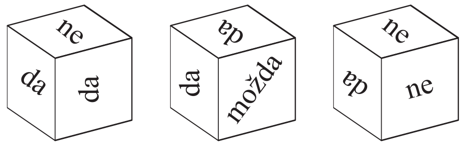
A) 112 **B)** 114 **V)** 115 **G)** 116 **D)** 117

10. Broj pravih uglova u nekom konveksnom petouglu je n. Koje sve vrednosti može imati broj n?

A) $1,2,3$ **B)** $0,1,2,3,4$ **V)** $0,1,2,3$ **G)** $0,1,2$ **D)** $1,2$

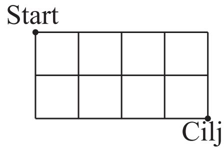
Zadaci koji vrede 4 poena

11. Na slici je prikazana „kockica za odlučivanje” u tri različita položaja. Kolika je verovatnoća da pri bacanju kockice padne „da”?



A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **V)** $\frac{5}{9}$ **G)** $\frac{2}{3}$ **D)** $\frac{5}{6}$

12. Dužina stranice malog kvadrata na slici jednaka je 1. Koliko najmanje rastojanje Zoran mora da pređe od „Starta” do „Cilja”, ako je dozvoljeno kretanje samo duž stranica ili dijagonala kvadrata?



A) $2\sqrt{5}$ **B)** $\sqrt{10}+\sqrt{2}$ **V)** $2+2\sqrt{2}$ **G)** $4\sqrt{2}$ **D)** 6

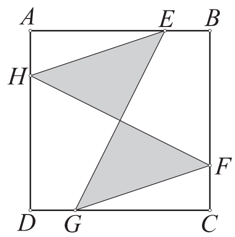
13. Svaki stanovnik planete Feni ima najmanje dva uva. Tri stanovnika, Al, Bet i Gam su se sreli u krateru. Al je rekao: „Ja vidim 8 ušiju,” a Bet: „Ja vidim 7 ušiju.” Gam je rekao: „To je čudno, ja vidim samo 5 ušiju.” Koliko ušiju ima Gam?

A) 2 **B)** 4 **V)** 5 **G)** 6 **D)** 7

14. Posuda oblika prave prizme, čija je osnova kvadrat stranice dužine 10 cm, napunjena je vodom do visine h. Čvrsta kocka, ivice dužine 2 cm je ubačena u posudu. Koliko je h, ako se nakon ubacivanja kocke visina vode poklapa sa dužinom ivice kocke?

A) 1,92 cm **B)** 1,93 cm **V)** 1,9 cm **G)** 1,91 cm **D)** 1,94 cm

15. Kvadrat $ABCD$ na slici ima površinu 80. Tačke E, F, G i H su na stranicama kvadrata tako da je $AE = BF = CG = DH$. Ako je $AE = 3EB$, kolika je površina osenčene oblasti?



A) 20 **B)** 25 **V)** 30 **G)** 35 **D)** 40

16. Proizvod godina oca i sina (u prirodnim brojevima) danas je jednak 2015. Kolika je razlika njihovih godina?

A) 26 **B)** 29 **V)** 31 **G)** 34 **D)** 36

17. Koliko ima trocifrenih prirodnih brojeva kod kojih se svake dve susedne cifre razlikuju za 3?

A) 12 **B)** 14 **V)** 16 **G)** 20 **D)** 27

18. Proizvod N uzastopnih dvocifrenih prirodnih brojeva je deljiv sa 2015. Koja je najmanja moguća vrednost za N?

A) 3 **B)** 4 **V)** 6 **G)** 12 **D)** 19

19. Mama je u praznu kesu stavila 6 bombona i jednu jabuku. Nakon toga, deca su napravila sledeće promene sadržaja kese u nekom poretku.

- Anka je uzela 2 bombone iz kese.
- Bojan je stavio jednu jabuku u kesu.
- Vlada je uzeo 3 bombone iz kese.
- Goca je uzela jednu jabuku i jednu bombonu iz kese.
- Diana je stavila 2 jabuke i 4 bombone u kesu.

Nakon 3 od ovih promena kesa je sadržala tačno 4 objekta. Broj jabuka se nije promenio nakon četvrte promene sadržaja. Ko je izveo poslednju promenu sadržaja kese?

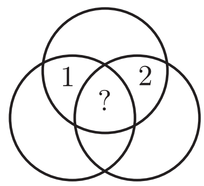
A) Anka **B)** Bojan **V)** Vlada **G)** Goca **D)** Diana

20. Koja od sledećih jednakosti je kontraprimer za rečenicu: „Ako je n prost broj, onda je tačno jedan od brojeva $n-2$ i $n+2$ prost”?

A) $n = 11$ **B)** $n = 19$ **V)** $n = 21$ **G)** $n = 29$ **D)** $n = 37$

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Na slici je prikazano 7 oblasti ograničenih sa tri kruga. U svaku oblast treba upisati po jedan broj. U svakoj oblasti broj koji se upisuje jednak je zbiru brojeva upisanih u sve susedne oblasti. (Dve oblasti su susedne ako njihove granice imaju više od jedne zajedničke tačke.) Dva broja su već upisana (videti sliku). Koji broj treba upisati u centralnu oblast?



A) 0 **B)** -3 **V)** 3 **G)** -6 **D)** 6

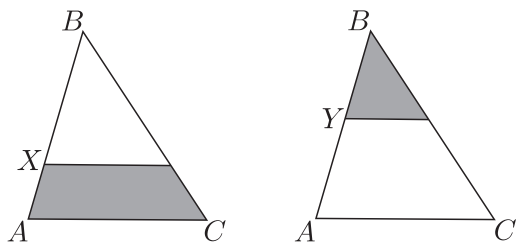
22. Petra ima tri različita rečnika i dva različita romana na polici. Na koliko načina ona može da rasporedi knjige na polici ako želi da rečnici budu jedan pored drugog i romani jedan pored drugog?

A) 12 **B)** 24 **V)** 30 **G)** 60 **D)** 120

23. Koliko ima dvocifrenih brojeva koji se mogu zapisati kao zbirovi tačno 6 različitih stepena broja 2 uključujući 2^0?

A) 0 **B)** 1 **V)** 2 **G)** 3 **D)** 4

24. U trouglu ABC konstruisana je prava paralelna stranici AC kroz tačku X ili Y (videti sliku). Površine osenčenih oblasti su jednake. Ako je $BX : XA = 4 : 1$, koliko je $BY : YA$?



A) $1:1$ **B)** $2:1$ **V)** $3:1$ **G)** $3:2$ **D)** $4:3$

25. U pravouglom trouglu simetrala jednog oštrog ugla deli naspramnu katetu na odsečke dužina 1 i 2. Kolika je dužina te simetrale (do preseka sa naspramnom stranicom)?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **V)** $\sqrt{4}$ **G)** $\sqrt{5}$ **D)** $\sqrt{6}$

26. Dvocifreni broj sa ciframa a i b zapisujemo u obliku $\overline{ab}$. Neka su a, b i c različite cifre. Na koliko načina možemo izabrati cifre a, b i c tako da važi $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?

A) 84 **B)** 96 **V)** 125 **G)** 201 **D)** 502

27. Kada se izbaci jedan od brojeva $1, 2, 3, \ldots, n-1, n$, aritmetička sredina preostalih brojeva je 4,75. Koji broj treba izbaciti?

A) 5 **B)** 7 **V)** 8 **G)** 9 **D)** ne može se odrediti

28. Mrav polazi iz jednog temena kocke čija je ivica dužine 1. On hoće da pređe duž svake ivice kocke i da se vrati u početnu poziciju, tako da dužina pređenog puta bude najmanja moguća. Koliko je dugačak njegov put?

A) 12 **B)** 14 **V)** 15 **G)** 16 **D)** 20

29. Na tabli je napisano 10 različitih brojeva. Svaki broj koji je jednak proizvodu preostalih devet brojeva je podvučen. Koliko najviše brojeva može biti podvučeno?

A) 1 **B)** 2 **V)** 3 **G)** 9 **D)** 10

30. Na jednoj pravoj je označeno nekoliko tačaka i uočene su sve moguće duži određene parovima tih tačaka. Jedna od tačaka je u unutrašnjosti 80 od tih duži, a druga tačka je u unutrašnjosti 90 od tih duži. Koliko tačaka je označeno na toj pravoj?

A) 20 **B)** 22 **V)** 80 **G)** 90 **D)** nemoguće je odrediti

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2014", San Huan, Portoriko
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
Prevod: prof. dr Marija Stanić
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: http://www.dms.rs