

Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2015.

9 – 10. разред

Задаци који вреде 3 поена

1. Који од следећих бројева је најближи производу $20,15 \cdot 51,02$?

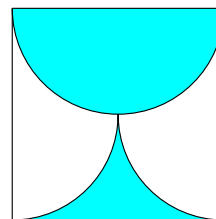
- А) 100 Б) 1000 В) 10000 Г) 100000 Д) 1000000

2. Мама је опрала мајице и окачила их редом на канап за веш. После тога је замолила децу да окаче чарапе тако што ће између сваке две мајице окачити по једну чарапу. Након што су деца окачила чарапе на канапу је било окачено укупно 29 мајица и чарапа. Колико је мајица окачено?

- А) 10 Б) 11 В) 13 Г) 14 Д) 15

3. Осенчени део квадрата странице дужине a на слици ограничен је једним луком који одговара половини кружнице и са два лука од којих сваки одговара четвртини кружнице. Колика је његова површина?

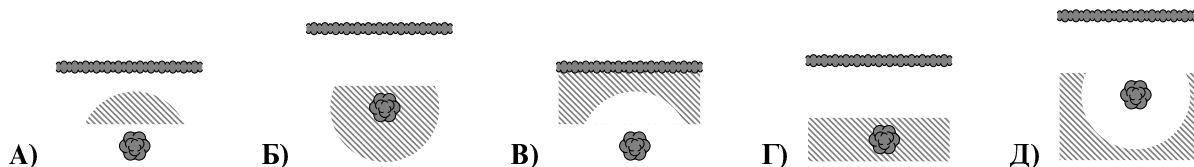
- А) $\frac{\pi a^2}{8}$ Б) $\frac{a^2}{2}$ В) $\frac{\pi a^2}{2}$ Г) $\frac{a^2}{4}$ Д) $\frac{\pi a^2}{4}$



4. Три сестре Ева, Миа и Ина су купиле паковање од 30 колачића и свака је добила по 10 колачића. Међутим, Ева је платила 80 динара, Миа 50 и Ина 20. Ако би делиле колачиће пропорционално новцу који су дале, колико колачића више би добила Ева?

- А) 10 Б) 9 В) 8 Г) 7 Д) 6

5. Бранислав жели да ископа благо које је претходне године закопао у башти. Сећа се једино да је благо закопао на најмање 5 m удаљености од оградe и на највише 5 m удаљености од стабла старе крушке. Која од следећих слика приказује област у којој Бранислав треба да тражи своје благо?



6. Која је цифра јединица броја $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

- А) 1 Б) 5 В) 6 Г) 7 Д) 9

7. У једном одељењу има 33 ученика. Њихови омиљени предмети су информатика и математика. Три ученика воле оба предмета. Број ученика који воле само информатику је два пута већи од броја ученика који воле само математику. Колико ученика воли информатику?

- А) 15 Б) 18 В) 20 Г) 22 Д) 23

8. Који од следећих бројева није ни потпуни квадрат ни потпуни куб?

- А) 6^{13} Б) 5^{12} В) 4^{11} Г) 3^{10} Д) 2^9

9. Драгица је купила 100 свећа. Она сваког дана пали по једну свећу и увек прави нову свећу од воска од 7 изгорелих свећа. После колико дана ће морати да купује нове свеће?

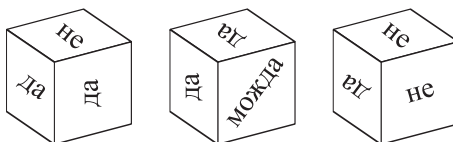
- А) 112 Б) 114 В) 115 Г) 116 Д) 117

10. Број правих углова у неком конвексном петоуглу је n . Које све вредности може имати број n ?

- А) 1, 2, 3 Б) 0, 1, 2, 3, 4 В) 0, 1, 2, 3 Г) 0, 1, 2 Д) 1, 2

Загацки који вреде 4 поена

11. На слици је приказана „коцкица за одлучивање” у три различита положаја. Колика је вероватноћа да при бацању коцкице падне „да”?



- А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{5}{9}$ Г) $\frac{2}{3}$ Д) $\frac{5}{6}$

12. Дужина странице малог квадрата на слици једнака је 1. Колико најмање растојање Зоран мора да пређе од „Старта” до „Циља”, ако је дозвољено кретање само дуж страница или дијагонала квадрата?



- А) $2\sqrt{5}$ Б) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ В) $2 + 2\sqrt{2}$ Г) $4\sqrt{2}$ Д) 6

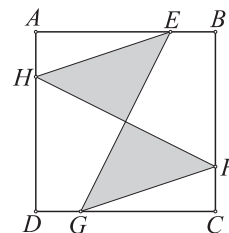
13. Сваки становник планете Фени има најмање два ува. Три становника, Ал, Бет и Гам су се срели у кратеру. Ал је рекао: „Ја видим 8 ушију,” а Бет: „Ја видим 7 ушију.” Гам је рекао: „То је чудно, ја видим само 5 ушију.” Колико ушију има Гам?

- А) 2 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) 7

14. Посуда облика праве призме, чија је основа квадрат странице дужине 10 cm, напуњена је водом до висине h . Чврста коцка, ивице дужине 2 cm је убачена у посуду. Колика је h , ако се након убацивања коцке висина воде поклапа са дужином ивице коцке?

- А) 1,92 cm Б) 1,93 cm В) 1,9 cm Г) 1,91 cm Д) 1,94 cm

15. Квадрат $ABCD$ на слици има површину 80. Тачке E, F, G и H су на страницама квадрата тако да је $AE = BF = CG = DH$. Ако је $AE = 3EB$, колика је површина осенчене области?



- А) 20 Б) 25 В) 30 Г) 35 Д) 40

16. Производ година оца и сина (у природним бројевима) данас је једнак 2015. Колика је разлика њихових година?

- А) 26 Б) 29 В) 31 Г) 34 Д) 36

17. Колика има троцифрених природних бројева код којих се сваке две суседне цифре разликују за 3?

- А) 12 Б) 14 В) 16 Г) 20 Д) 27

18. Производ N узастопних двоцифрених природних бројева је дељив са 2015. Која је најмања могућа вредност за N ?

- А) 3 Б) 4 В) 6 Г) 12 Д) 19

19. Мама је у празну кесу ставила 6 бомбона и једну јабуку. Након тога, деца су направила следеће промене садржаја кесе у неком поретку.

- Анка је узела 2 бомбоне из кесе.
- Бојан је ставио једну јабуку у кесу.
- Влада је узео 3 бомбоне из кесе.
- Гоца је узела једну јабуку и једну бомбону из кесе.
- Диана је ставила 2 јабуке и 4 бомбоне у кесу.

Након 3 од ових промена кеса је садржала тачно 4 објекта. Број јабука се није променио након четврте промене садржаја. Ко је извео последњу промену садржаја кесе?

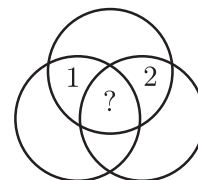
- А) Анка Б) Бојан В) Влада Г) Гоца Д) Диана

20. Која од следећих једнакости је контрапример за реченицу: „Ако је n прост број, онда је тачно један од бројева $n - 2$ и $n + 2$ прост”?

- А) $n = 11$ Б) $n = 19$ В) $n = 21$ Г) $n = 29$ Д) $n = 37$

Задачи који вреде 5 поена

21. На слици је приказано 7 области ограничених са три круга. У сваку област треба уписати по један број. У свакој области број који се уписује једнак је збиру бројева уписаних у све суседне области. (Две области су суседне ако њихове границе имају више од једне заједничке тачке.) Два броја су већ уписана (видети слику). Који број треба уписати у централну област?



- А) 0 Б) -3 В) 3 Г) -6 Д) 6

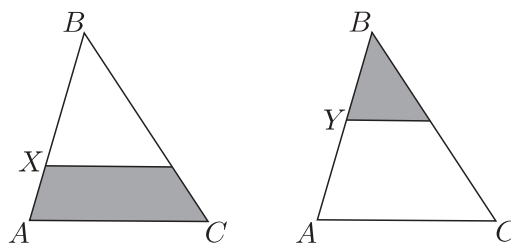
22. Петра има три различита речника и два различита романа на полици. На колико начина она може да распореди књиге на полици ако жели да речници буду један поред другог и романи један поред другог?

- А) 12 Б) 24 В) 30 Г) 60 Д) 120

23. Колико има двоцифрених бројева који се могу записати као зборови тачно 6 различитих степена броја 2 укључујући 2^0 ?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

24. У троуглу ABC конструисана је права паралелна страници AC кроз тачку X или Y (видети слику). Површине осенчених области су једнаке. Ако је $BX : XA = 4 : 1$, колико је $BY : YA$?



- А) 1 : 1 Б) 2 : 1 В) 3 : 1 Г) 3 : 2 Д) 4 : 3

25. У правоуглом троуглу симетрала једног оштрог угла дели наспрамну катету на одсечке дужина 1 и 2. Колика је дужина те симетрале (до пресека са наспрамном страницом)?

- А) $\sqrt{2}$ Б) $\sqrt{3}$ В) $\sqrt{4}$ Г) $\sqrt{5}$ Д) $\sqrt{6}$

26. Двоцифрени број са цифрама a и b записујемо у облику \overline{ab} . Нека су a , b и c различите цифре. На колико начина можемо изабрати цифре a , b и c тако да важи $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?

- А) 84 Б) 96 В) 125 Г) 201 Д) 502

27. Када се избаци један од бројева $1, 2, 3, \dots, n-1, n$, аритметичка средина преосталих бројева је 4,75. Који број треба избацити?

- А) 5 Б) 7 В) 8 Г) 9 Д) не може се одредити

28. Мрав полази из једног темена коцке чија је ивица дужине 1. Он хоће да пређе дуж сваке ивице коцке и да се врати у почетну позицију, тако да дужина пређеног пута буде најмања могућа. Колико је дугачак његов пут?

- А) 12 Б) 14 В) 15 Г) 16 Д) 20

29. На табли је написано 10 различитих бројева. Сваки број који је једнак производу преосталих девет бројева је подвучен. Колико највише бројева може бити подвучено?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 9 Д) 10

30. На једној правој је означено неколико тачака и уочене су све могуће дужи одређене паровима тих тачака. Једна од тачака је у унутрашњости 80 од тих дужи, а друга тачка је у унутрашњости 90 од тих дужи. Колико тачака је означено на тој правој?

- А) 20 Б) 22 В) 80 Г) 90 Д) немогуће је одредити

Задаци: „Kangaroo Meeting 2014”, Сан Хуан, Порторико
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: проф. др Марија Станић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: <http://www.dms.rs>