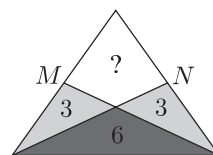


# Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2012.

## 9 – 10. разред

### Загацки који вреде 3 поена

1. На слици је приказан једнакократи троугао. Тачке  $M$  и  $N$  су средишта једнаких страница. Троугао је двема правим линијама подељен на четири области. Површине три од тих области су 3, 3 и 6, као што је приказано. Колика је површина четврте области?

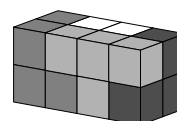


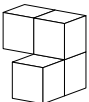

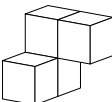
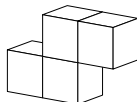
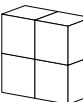
- А) 3    Б) 4    В) 5    Г) 6    Д) 7

2.  $11, 11 - 1, 111 =$

- А) 9,009    Б) 9,0909    В) 9,99    Г) 9,999    Д) 10

3. Квадар је састављен од четири дела, као што је приказано на слици. Сваки део је обојен једном бојом и састоји се од четири коцке. Кога је облика бели део?

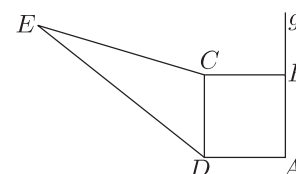


- А)     Б)     В)     Г)     Д) 

4. Када Анка шаље поруку Бори она користи следећи систем, који је Бори познат. За свако слово у поруци, она најпре слово преводи у број:  $A = 01, B = 02, C = 03, \dots, Z = 26$ , а затим тај број множи са 2 и додаје му 9. Бори шаље низ резултата. Јутрос је Бора добио низ  $25 - 19 - 45 - 38$ . Која је била оригинална порука?

- А) HERO    Б) HELP    В) HEAR    Г) HERS    Д) Анка је направила грешку.

5. Дужина странице квадрата  $ABCD$  је 4 cm. Квадрат има исту површину као и троугао  $DCE$ . Колико је растојање тачке  $E$  од праве  $g$ ?



- А) 8 cm    Б)  $(4 + 2\sqrt{3})$  cm  
В) 12 cm    Г)  $10\sqrt{2}$  cm    Д) Зависи од положаја тачке  $E$ .

6. Збир цифара седмоцифреног броја је 6. Колики је производ његових цифара?

- А) 0    Б) 6    В) 7    Г)  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$     Д) 5

7. Дужине катета правоуглог троугла  $ABC$  су 6 cm и 8 cm. Тачке  $K, L$  и  $M$  су средишта страница троугла. Одредити обим троугла  $KLM$ .

- А) 10 cm    Б) 12 cm    В) 15 cm    Г) 20 cm    Д) 24 cm

8. У четири од датих израза се број 8 може заменити било којим другим позитивним бројем (број 8 се свуда где се јавља у изразу замењује истим бројем) тако да вредност израза остане иста. Који израз нема то својство?

- А)  $(8 + 8 - 8) : 8$     Б)  $8 + (8 : 8) - 8$     В)  $8 : (8 + 8 + 8)$   
Г)  $8 - (8 : 8) + 8$     Д)  $8 \cdot (8 : 8) : 8$

9. Дужине двеју страница четвороугла су једнаке 1 и 4. Једна дијагонала има дужину 2 и дели четвороугао на два једнакократи троугла. Одредити обим четвороугла.

- А) 8    Б) 9    В) 10    Г) 11    Д) 12

10. Сваки од бројева 144 и 220 је подељен природним бројем  $N$  и остатак у оба случаја је 11. Одредити  $N$ .

- А) 7    Б) 11    В) 15    Г) 19    Д) 38

**Задачи који вреде 4 поена**

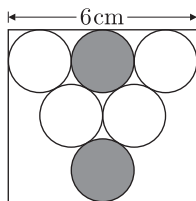
11. Ако Адам стоји на столу а Марко на поду, онда је Адам виши 80 cm од Марка. Ако Марко стоји на том истом столу а Адам на поду, онда је Марко виши 1 m од Адама. Колика је висина стола?

- А) 20 cm    Б) 80 cm    В) 90 cm    Г) 100 cm    Д) 120 cm

12. Драган и Мара су бацали новчић. Ако новчић падне на главу, победник је Мара и Драган мора да јој да 2 бомбоне. Ако новчић падне на писмо, победник је Драган и Мара мора да му да 3 бомбоне. Након 30 бацања новчића обоје су имали онолико бомбона колико су имали на почетку игре. Колико пута је Драган победио?

- А) 6    Б) 12    В) 18    Г) 24    Д) 30

13. Правоугаоник ширине 6 cm ограђује „једнакократи троугао“ од кругова који се додирују, као што је приказано на слици. Наћи најмање растојање између два сива круга?

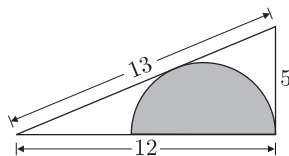


- А) 1 cm    Б)  $\sqrt{2}$  cm    В)  $(2\sqrt{3} - 2)$  cm    Г)  $\frac{\pi}{2}$  cm    Д) 2 cm

14. У Банетовој соби се налазе четири сата. Сваки од сатова или касни или жури. На првом сату време се разликује од тачног за 2 минута, на другом за 3 минута, на трећем за 4 минута и на четвртном за 5 минута. Једног дана Бане је желео да зна тачно време. Сатови су тада показивали 6 минута до 3, 3 минута до 3, 3 и 2 минута и 3 и 3 минута. Које је тачно време било тада?

- А) 3.00    Б) 2.57    В) 2.58    Г) 2.59    Д) 3.01

15. На слици је приказан правоугли троугао са странама дужина 5, 12 и 13. Колики је полупречник уписаног полукруга?



- А)  $7/3$     Б)  $10/3$     В)  $12/3$     Г)  $13/3$     Д)  $17/3$

16. Колико има четвороцифрених бројева код којих је цифра стотина 3 и збир осталих цифара такође једнак 3?

- А) 2    Б) 3    В) 4    Г) 5    Д) 6

17. Кенгур у поља мреже  $4 \times 3$  уписује 12 бројева од 1 до 9, тако да збир бројева у свим врстама буде исти и да збир бројева у свим колонама буде исти. Неки бројеви су већ уписани, као на слици. Који број ће бити уписан у сиво поље?

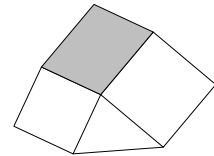
2	4		2
	3	3	
6		1	

- А) 1    Б) 4    В) 6    Г) 8    Д) 9

18. Три атлетичара Коста, Горан и Рале су учествовали у маратонској трци. Пре трке су четворица гледалаца коментарисала њихове шансе. Први је рекао: „Победиће или Коста или Горан“. Други је рекао: „Ако Горан буде други, онда ће Рале да победи“. Трећи је рекао: „Ако Горан буде трећи, онда Коста неће да победи“. Четврти је рекао: „Други ће бити или Горан или Рале“. После трке се испоставило да су све четири изјаве биле тачне. Коста, Горан и Рале су била тројица најбољих у трци. У ком поретку су они завршили трку?

- А) Коста, Горан, Рале    Б) Коста, Рале, Горан    В) Рале, Горан, Коста  
Г) Горан, Рале, Коста    Д) Горан, Коста, Рале

19. На слици је приказана фигура која се састоји од два квадрата чије стране имају дужине 4 cm и 5 cm, троугла површине  $8 \text{ cm}^2$  и осенченог паралелограма. Колика је површина паралелограма?



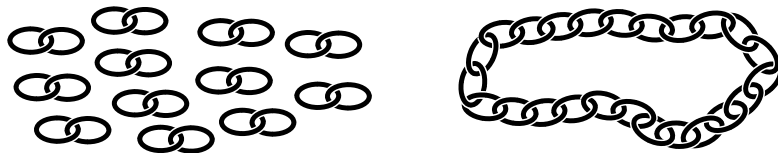
- А)  $15 \text{ cm}^2$     Б)  $16 \text{ cm}^2$     В)  $18 \text{ cm}^2$     Г)  $20 \text{ cm}^2$     Д)  $21 \text{ cm}^2$

20. Анђа је написала  $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$  за неке природне бројеве  $m$  и  $k$ . Колика је  $k$ ?

- А) 2    Б) 3    В) 4    Г) 9    Д) 11

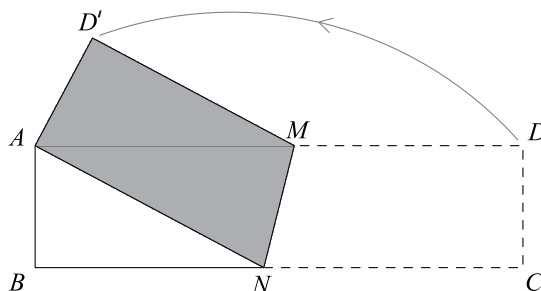
### Задачи који вреде 5 поена

21. Златар има 12 делова ланца, сваки од по две алке. Он жели да направи једну велику затворену огрлицу (види слику). Да би то урадио он мора да отвори неке алке (и да их касније затвори). Који је најмањи број алки које златар мора да отвори?



- А) 8    Б) 9    В) 10    Г) 11    Д) 12

22. Парче папира правоугаоног облика  $ABCD$ , димензија  $4 \times 16$  пресавијено је по дужи  $MN$  тако да се теме  $C$  поклапа са тачком  $A$  (види слику). Колика је површина петougла  $ABNMD'$ ?



- А) 17    Б) 27    В) 37    Г) 47    Д) 57

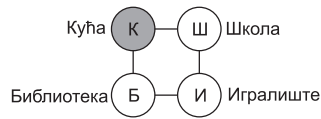
23. Воз  $G$  је пролазио поред бандере 8 секунди. Након тога се мимоишао са возом  $H$  и они су пролазили један поред другог 9 секунди. Затим је воз  $H$  пролазио поред бандере 12 секунди. Које је од следећих тврђења о дужинама возова тачно?

- А)  $G$  је два пута дужи од  $H$     Б)  $G$  и  $H$  су исте дужине  
В)  $H$  је 50% дужи од  $G$     Г)  $H$  је два пута дужи од  $G$   
Д) Ништа се не може закључити о дужинама.

24. Последња цифра различита од нуле броја  $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$  је

- А) 1    Б) 2    В) 4    Г) 6    Д) 9

25. Петар је направио игру Кенгур. На слици је дата табла за ту игру. На почетку је кенгур у школи Ш. Према правилима игре, из било које позиције осим куће К, кенгур може да скочи на било коју од две суседне позиције. Када кенгур дође у позицију К игра је готова. На колико начина кенгур може доћи од Ш до К са тачно 13 скокова?



- А) 12    Б) 32    В) 64    Г) 144    Д) 1024

26. Дато је 5 лампи, свака од њих се може притиском на тастер укључити или искључити. Сваки пут када се притисне тастер на лампи промени се њен статус, али промени се и статус тачно још једне, случајно изабране, лампе. (За исту лампу избор друге лампе може сваки пут бити различит.) На почетку су све лампе искључене. Тастери су притиснути 10 пута. Које је од следећих тврђења сада тачно?

- А) Немогуће је да су све лампе искључене.    Б) Све лампе су сигурно укључене.  
 В) Немогуће је да све лампе буду укључене.    Г) Све лампе су сигурно искључене.  
 Д) Ниједно од тврђења А)-Г) није тачно.

27. Дато је шест различитих природних бројева. Нека је  $n$  највећи од њих. Постоји тачно један пар ових бројева таквих да мањи број не дели већи. Која је најмања вредност броја  $n$ ?

- А) 18    Б) 20    В) 24    Г) 36    Д) 45

28. Никола је исписао све троцифрене бројеве и за сваки од бројева је написао производ његових цифара. Након тога Никола је одредио збир свих тих производа. Који број је тако добио?

- А) 45    Б)  $45^2$     В)  $45^3$     Г)  $2^{45}$     Д)  $3^{45}$

29. Бројеви од 1 до 120 су уписани у 15 врста на начин који је приказан на слици. У којој колони (бројећи слева) је збир бројева највећи?

1							...	
2	3						...	
4	5	6					...	
7	8	9	10				...	
11	12	13	14	15			...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
106	107	108	109	110	111	112	...	120

- А) 1.    Б) 5.    В) 7.    Г) 10.    Д) 13.

30. Нека су  $A, B, C, D, E, F, G, H$  осам темена конвексног осмоугла, редом. Случајним избором бирамо једно од темена  $C, D, E, F, G, H$  и цртамо дуж која га повезује са теменом  $A$ . Још једном случајним избором бирамо једно теме од истих тих шест и цртамо дуж која га повезује са теменом  $B$ . Која је вероватноћа да је осмоугао са ове две дужи подељен на тачно три области?

- А)  $\frac{1}{6}$     Б)  $\frac{1}{4}$     В)  $\frac{4}{9}$     Г)  $\frac{5}{18}$     Д)  $\frac{1}{3}$

Задаци: "Kangaroo Meeting 2011", Блед, Словенија  
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије  
 Превод: др Марија Станић  
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург  
 E-mail: [info@dms.org.rs](mailto:info@dms.org.rs)  
 URL: <http://www.dms.org.rs>