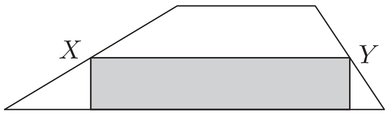
Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2011.
9 – 10. разред

Задаци који вреде 3 поена

1. Пешачки прелаз на улици обележен је белим и црним тракама, које се наизменично смењују, а свака је ширине $50\,\mathrm{cm}$. Пешачки прелаз почиње и завршава се белом траком и има укупно 8 белих трака. Колика је ширина целог прелаза?

А) $7\,\mathrm{m}$ **Б)** $7,5\,\mathrm{m}$ **В)** $8\,\mathrm{m}$ **Г)** $8,5\,\mathrm{m}$ **Д)** $9\,\mathrm{m}$

2. Површина сивог правоугаоника на слици је $13\,\mathrm{cm}^2$. Тачке X и Y су средишта страница трапеза. Колика је површина трапеза?

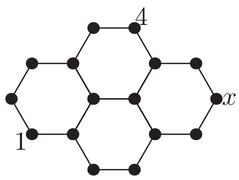


А) $24\,\mathrm{cm}^2$ **Б)** $25\,\mathrm{cm}^2$ **В)** $26\,\mathrm{cm}^2$ **Г)** $27\,\mathrm{cm}^2$ **Д)** $28\,\mathrm{cm}^2$

3. Ако је $P = 2\cdot 3 + 3\cdot 4 + 4\cdot 5$, $Q = 2^2 + 3^2 + 4^2$ и $R = 1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 4$, које је од следећих тврђења тачно?

А) $Q < P < R$ **Б)** $P < Q = R$ **В)** $P < Q < R$
Г) $R < Q < P$ **Д)** $Q = P < R$

4. Свако теме решетке приказане на слици је обележено неким бројем, тако да је збир бројева којима су обележени крајеви сваке дужи исти. Два броја су већ уписана. Који број треба уписати уместо x?



А) 1 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5 **Д)** потребно је више података

5. Када се број 2011 подели извесним бројем остатак је 1011. Који од бројева 100, 500 или 1000 је делилац?

А) 100 **Б)** 500
В) 1000 **Г)** неки други број **Д)** није могуће добити тај остатак

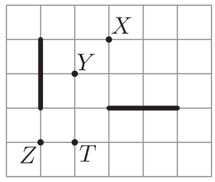
6. Правоугаони мозаик површине $360\,\mathrm{cm}^2$ направљен је од плочица квадратног облика. Све плочице су исте димензије. Мозаик је висок $24\,\mathrm{cm}$, а широк 5 плочица. Колика је површина једне плочице?

А) $1\,\mathrm{cm}^2$ **Б)** $4\,\mathrm{cm}^2$ **В)** $9\,\mathrm{cm}^2$ **Г)** $16\,\mathrm{cm}^2$ **Д)** $25\,\mathrm{cm}^2$

7. Сви четвороцифрени бројеви чији је збир цифара 4 написани су у опадајућем поретку. На којој позицији се у том низу налази број 2011?

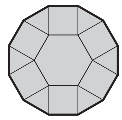
А) 6. **Б)** 7. **В)** 8. **Г)** 9. **Д)** 10.

8. Свака од две дужи на слици добија се ротацијом друге дужи. Које од обележених тачака могу бити центри таквих ротација?



А) само X **Б)** само X и Y **В)** само X и T **Г)** само T **Д)** X, Y, Z и T

9. Фигура на слици састоји се од правилног шестоугла јединичне странице, шест троуглова и шест квадрата. Одредити обим дате фигуре.



А) $6\left(1+\sqrt{2}\right)$ **Б)** $6\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **В)** 12 **Г)** $6+3\sqrt{2}$ **Д)** 9

10. Три правилне коцкице за игру постављене су једна на другу (правилна коцкица има особину да је збир броја тачкица на супротним странама увек једнак 7), тако да је збир бројева тачкица на било које две стране које се поклапају једнак 5. Једна од видљивих страна на доњој коцкици има једну тачкицу. Колико тачкица је на горњој страни горње коцкице?

А) 2 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5 **Д)** 6

Задаци који вреде 4 поена

11. У једном месецу је било 5 понедељака, 5 уторака и 5 среда. У претходном месецу су биле само 4 недеље. Шта од наведеног има следећи месец?

А) тачно 4 петка **Б)** тачно 4 суботе
В) 5 недеља **Г)** 5 среда **Д)** ситуација није могућа

12. Тројица спортиста су учествовала у трци: Михаило, Филип и Стефан. Непосредно након старта Михаило је био први, Филип други и Стефан трећи. У току трке Михаило и Филип су мењали позиције 9 пута, Филип и Стефан 10 пута, а Михаило и Стефан 11 пута. Којим редоследом су завршили трку?

А) Михаило, Филип, Стефан **Б)** Филип, Стефан, Михаило **В)** Стефан, Михаило, Филип
Г) Стефан, Филип, Михаило **Д)** Филип, Михаило,Стефан

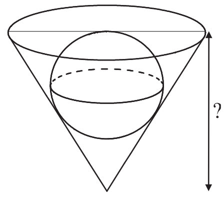
13. Ако је $9^n+9^n+9^n=3^{2011}$, одредити n.

А) 1005 **Б)** 1006 **В)** 2010 **Г)** 2011 **Д)** ниједна од понуђених вредности

14. Урош има две коцке чије су ивице дужина $a\,\mathrm{dm}$ и $(a+1)\,\mathrm{dm}$. Велика коцка је пуна воде, а мала је празна. Урош је напунио малу коцку сипајући воду из велике и у великој коцки је остало 217 литара. Колико литара воде је Урош сипао у малу коцку?

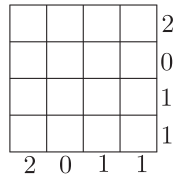
А) 243 **Б)** 512 **В)** 125 **Г)** 1331 **Д)** 729

15. Мермерна лопта полупречника 15 откотрљана је у рупу облика купе. Мермер је тачно стао у купу, као што је приказано на слици. Гледајући са стране рупа има облик једнакостраничног троугла. Колика је дубина рупе?



А) $30\sqrt{2}$ **Б)** $25\sqrt{3}$ **В)** 45 **Г)** 60 **Д)** $60(\sqrt{3}-1)$

16. Свако поље мреже 4×4 обојено је црном или црвеном бојом. Бројеви поред врсте или колоне означавају колико је поља у тој врсти или колони обојено црном бојом. На колико начина се бојење може извршити?



А) 0 **Б)** 1 **В)** 3 **Г)** 5 **Д)** 9

17. Који је највећи број узастопних троцифрених бројева који имају бар једну непарну цифру?

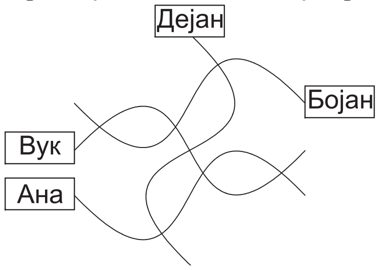
А) 1 **Б)** 10 **В)** 110 **Г)** 111 **Д)** 221

18. Никола је желео да упише целе бројеве у поља мреже 3×3, тако да збир бројева у сваком квадрату 2×2 буде 10. Пет бројева је већ уписано (види слику). Колики је збир четири броја која недостају?

1		0
	2	
4		3

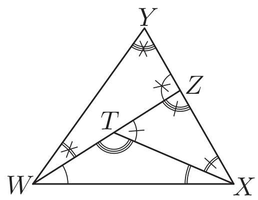
А) 9 **Б)** 10 **В)** 11 **Г)** 12 **Д)** 13

19. За време вожње по узбурканом мору, Јана је покушала да скицира мапу свог села. Успела је да нацрта четири улице, седам раскрсница које оне формирају и куће својих пријатеља (види слику). Међутим, у стварности, Улица липа, Улица чемпреса и Улица кестена су савршено праволинијске. Четврта улица је Крива улица. Ко живи у Кривој улици?



А) Ана **Б)** Бојан **В)** Вук **Г)** Дејан **Д)** потребна је боља мапа за одговор

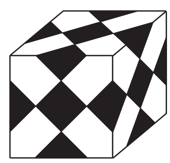
20. У троуглу WXY тачка Z је изабрана на страници XY, а затим је тачка T изабрана на дужи WZ (види слику). Колико најмање различитих вредности могу имати девет углова обележених на слици?



А) 2 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5 **Д)** 6

Задаци који вреде 5 поена

21. Страхиња је имао белу пластичну коцку, чија ивица има дужину $1\,\mathrm{dm}$. Он је залепио неколико подударних црних квадрата на коцку, као што је приказано на слици, тако да коцка изгледа исто са свих страна. Колика је укупна површина црних делова?



А) $37,5\,\mathrm{cm}^2$ **Б)** $150\,\mathrm{cm}^2$ **В)** $225\,\mathrm{cm}^2$ **Г)** $300\,\mathrm{cm}^2$ **Д)** $375\,\mathrm{cm}^2$

22. Број је „кул“ ако има пет различитих цифара и прва цифра је једнака збиру остале четири цифре. Колико има „кул“ бројева?

А) 72 **Б)** 144 **В)** 168 **Г)** 216 **Д)** 288

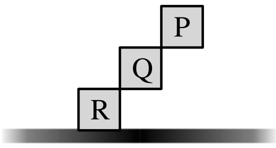
23. Бројеви x и y су оба већи од 1. Који од следећих разломака има највећу вредност?

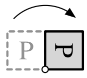
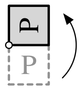
А) $\dfrac{x}{y+1}$ **Б)** $\dfrac{x}{y-1}$ **В)** $\dfrac{2x}{2y+1}$ **Г)** $\dfrac{2x}{2y-1}$ **Д)** $\dfrac{3x}{3y+1}$

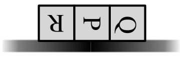
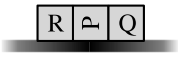
24. Правилан тетраедар $WXYZ$ има страну WXY у равни π. Ивица XY је на правој ℓ. Други правилни тетраедар $XYZT$ има заједничку страну са тетраедром $WXYZ$. Где права ZT продире раван π?

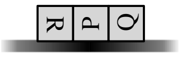
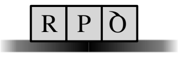
А) са оне стране праве ℓ са које је W, унутар WXY
Б) са оне стране праве ℓ са које је W, изван WXY
В) са супротне стране праве ℓ у односу на W
Г) ZT је паралелна са π, па је не продире
Д) одговор зависи од дужина ивица два тетраедра

25. Павле игра компјутерску игрицу у којој се слажу квадрати, а почетна позиција је приказана на слици.



У сваком кораку, један од квадрата се ротира за 90° око темена, на пример  или . Циљ је сложити квадрате један поред другог негде на дну екрана. Који од следећих изгледа екрана Павле може добити?

А)  **Б)** 

В)  **Г)**  **Д)** сва четири изгледа екрана А-Г су могућа

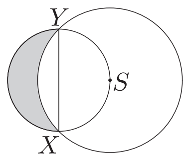
26. Колико уређених парова природних бројева (x, y) задовољава једначину $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{3}$?

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3 **Д)** 4

27. За природан број $n \geqslant 2$ са $\langle n\rangle$ означићемо највећи прост број који није већи од n. Колико природних бројева k задовољава једначину $\langle k+1\rangle + \langle k+2\rangle = \langle 2k+3\rangle$?

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3 **Д)** више од 3

28. Конструисане су две кружнице као на слици. Дуж XY је пречник мање кружнице, а центар S веће кружнице лежи на мањој кружници. Полупречник веће кружнице је r. Одредити површину осенчене области.



А) $\dfrac{\pi}{6}r^2$ **Б)** $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}r^2$ **В)** $\dfrac{1}{2}r^2$ **Г)** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}r^2$ **Д)** други одговор

29. Колико има скупова који садрже четири ивице коцке са особином да не постоје две ивице у скупу које имају заједничко теме?

А) 6 **Б)** 8 **В)** 9 **Г)** 12 **Д)** 18

30. За које вредности n, где је $0 < n < 9$, је могуће означити нека поља квадрата 5×5 тако да сваки квадрат 3×3 садржи тачно n означених поља?

А) 1 **Б)** 1 и 2 **В)** 1, 2 и 3 **Г)** 1, 2, 7 и 8 **Д)** све вредности од 1 до 8

Задаци: “Kangaroo Meeting 2010”, Тбилиси, Грузија
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: др Марија Станић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
E-mail: info@dms.org.rs
URL: http://www.dms.org.rs