

Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2009.
9 – 10. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. Који је од датих бројева дељив са 3?

- А) 2009 Б) $2 + 0 + 0 + 9$ В) $(2 + 0) \cdot (0 + 9)$ Г) 2^9 Д) $200 - 9$

2. Колико најмање тачака са фигуре на слици треба склонити тако да никоје три од преосталих нису колинеарне?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 7



3. У трци је учествовало 2009 људи. Број учесника које је Јова победио је три пута већи од броја учесника који су победили Јову. Које место је Јова заузео у трци?

- А) 503 Б) 501 В) 500 Г) 1503 Д) 1507

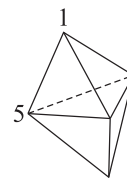
4. Коју вредност има $\frac{1}{2}$ од $\frac{2}{3}$ од $\frac{3}{4}$ од $\frac{4}{5}$ од $\frac{5}{6}$ од $\frac{6}{7}$ од $\frac{7}{8}$ од $\frac{8}{9}$ од $\frac{9}{10}$ од 1000?

- А) 250 Б) 200 В) 100 Г) 50 Д) ниједну од наведених

5. Дуги низ цифара формиран је исписивањем броја 2009 узастопно 2009 пута. Збир непарних цифара у низу, таквих да је непосредно иза њих парна цифра, једнак је:

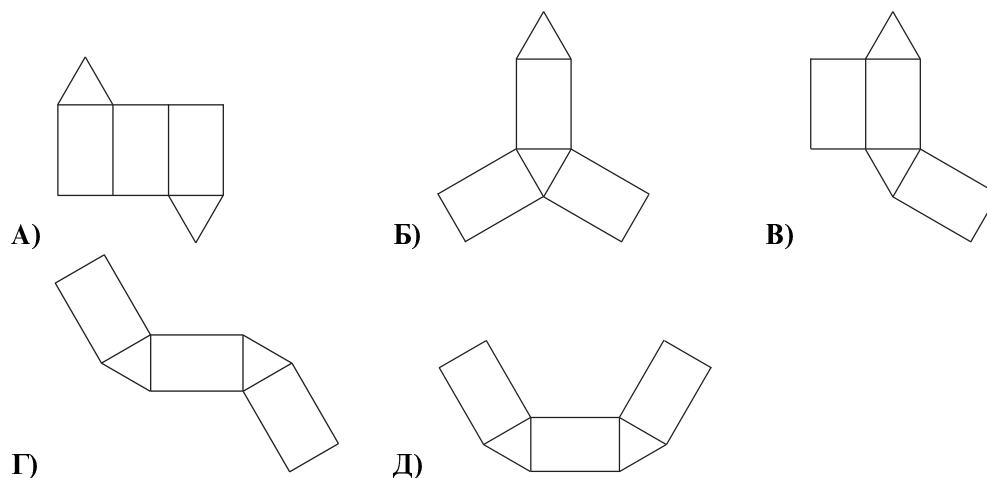
- А) 2 Б) 9 В) 4018 Г) 18072 Д) 18081

6. На слици је приказано чврсто тело формирано од 6 троугаоних страна. Свако теме обележено је бројем. За сваку страну разматра се збир 3 броја којима су обележена темена те стране. Ако су сви зборови једнаки и два темена обележена бројевима 1 и 5 као на слици, колики је збир свих 5 бројева којима су обележена темена?



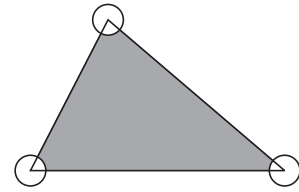
- А) 9 Б) 12 В) 17 Г) 18 Д) 24

7. Која слика не представља мрежу правилне тростране призме?



8. Површина троугла на слици је 80 m^2 , а полупречник кругова чији су центри у теменима троугла је 2 m . Колику површину, изражену у m^2 , има осенчени део на слици?

- А) 76 Б) $80 - 2\pi$ В) $40 - 4\pi$
 Г) $80 - \pi$ Д) 78π

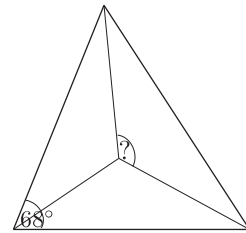


9. Лаза је написао низ бројева тако да је сваки број, почев од трећег у низу, једнак збиру претходна два броја у низу. Четврти број у том низу је 6, а шести је 15. Који је седми број у том низу?

- А) 9 Б) 16 В) 21 Г) 22 Д) 24

10. У троуглу је један угао 68° . На слици су нацртане три симетрале унутрашњих углова троугла. Одредити величину угла обележеног знаком питања.

- А) 120° Б) 124° В) 128° Г) 132° Д) 136°

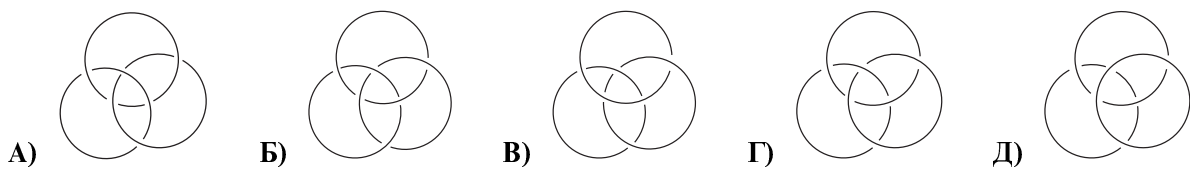


Задачи који вреде 4 поена

11. На сваком тесту оцене могу бити 0, 1, 2, 3, 4 или 5. После 4 теста Мара је имала просечну оцену 4. Једна од следећих реченица не може бити тачна. Која?

- А) Мара је добијала само оцену 4.
 Б) Мара је добила оцену 3 тачно два пута.
 В) Мара је добила оцену 3 тачно три пута.
 Г) Мара је добила оцену 1 тачно једном.
 Д) Мара је добила оцену 4 тачно два пута.

12. Чаробни прстени имају особину да се три прстена не могу раздвојити без уништавања једног од њих, али ако се један склони (без обзира који) преостала два више нису спојена. Која од следећих фигура представља чаробне прстене?



13. На острву племића и лажљиваца 25 људи стоји у реду. Свако, сем прве особе у реду, је рекао да је особа испред њега лажљивац, док је прва особа у реду рекла да су сви људи који стоје иза лажљивци. Колико има лажљиваца у том реду? (Претпоставља се да племићи увек говоре истину, а лажљивци увек лажу.)

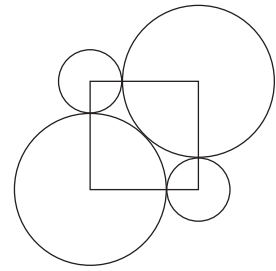
- А) 0 Б) 12 В) 13 Г) 24 Д) не може се одредити

14. Ако је $a \square b = ab + a + b$ и $3 \square 5 = 2 \square x$, тада је x једнако:

- А) 3 Б) 6 В) 7 Г) 10 Д) 12

15. Око темена квадрата нацртана су кругови: два велика и два мала. Велики кругови се додирују међусобно и додирују оба мања круга. Полупречник великог круга једнак је производу неког броја и полупречника малог круга. Који је то број?

- А) $\frac{2}{9}$ Б) $\sqrt{5}$ В) $1 + \sqrt{2}$ Г) 2,5 Д) $0,8\pi$



16. Бројеви \sqrt{n} и 10 разликују се за мање од 1. Колико таквих целих бројева n постоји?

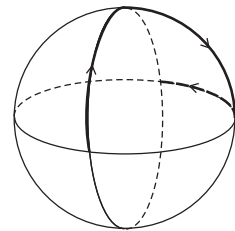
- А) 19 Б) 20 В) 39 Г) 40 Д) 41

17. Петко је записао низ различитих природних бројева мањих од 11. Робинсон Крусo је истраживао те бројеве и приметио да за сваки пар суседних бројева важи да је један од њих дељив другим. Колико највише бројева је Петко записао?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 9 Д) 10

18. Три кружна обруча спојена су тако да се секу под правим угловима као што је приказано на слици. Бубамара је слетела на пресек два обруча и почела да гмиже по обручима на следећи начин: прешла је дуж четвртине обруча, скренула десно за 90° , прешла дуж четвртине обруча, скренула лево за 90° . Настављајући да се креће на овај начин, колико четвртина обруча ће прећи пре него што се први пут врати у полазну тачку?

- А) 6 Б) 9 В) 12 Г) 15 Д) 18



19. Колико нула треба написати уместо * у децималном броју $1, * 1$ да би добијени број био мањи од $\frac{2009}{2008}$, а већи од $\frac{20009}{20008}$?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

20. Ако је $a = 2^{25}$, $b = 8^8$ и $c = 3^{11}$, тада је:

- А) $a < b < c$ Б) $b < a < c$ В) $c < b < a$ Г) $c < a < b$ Д) $b < c < a$

Задачи који вреде 5 поена

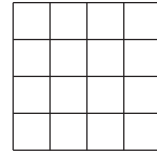
21. Скакач се налази на бесконачној шаховској табли. Након четири потеза он се враћа у почетну позицију, при чему није био два пута на истом пољу. На колико начина скакач може да обави такво кретање?

- А) 16 Б) 32 В) 36 Г) 48 Д) 64

22. Млади кенгур има 2009 јединичних коцки ($1 \times 1 \times 1$), које је сложио тако да је добио квадар. Он такође има 2009 стикера димензија 1×1 којима жели да украси квадар споља. Кенгур је то успео да обави и притом су му претекли неки стикери. Колико стикера му је претекло?

- А) више од 1000 Б) 763 В) 476 Г) 49 Д) кенгур то није могао обавити

23. Бане жели да распореди фигурице у поља табле 4×4 , тако да бројеви фигурица у свакој врсти и свакој колони буду различити (у једно поље се може ставити и више од једне фигурице, а поље може бити и празно). Који је најмањи могући број фигурица распоређених на табли?



- А) 14 Б) 17 В) 21 Г) 23 Д) 25

24. Неколико поморанци, брескви, јабука и банана је стављено у низ, тако да је негде у низу сваку врсту воћа могуће наћи поред сваке од осталих врста воћа. Који је најмањи број воћки у низу?

- А) 4 Б) 5 В) 8 Г) 11 Д) ситуација је немогућа

25. Која је најмања вредност природног броја n за коју је $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$ потпун квадрат?

- А) 6 Б) 8 В) 16 Г) 27 Д) други одговор

26. Написани су редом сви делиоци природног броја N , различити од N и 1. Највећи од написаних делилаца је 45 пута већи од најмањег. Колико природних бројева N задовољава тај услов?

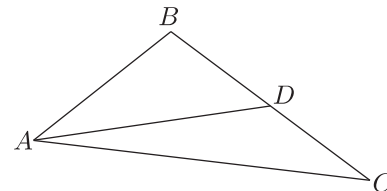
- А) 0 Б) 1 В) 2
Г) више од 2 Д) немогуће је одредити

27. Кенгур се налази у координатном почетку. Он може да скочи 1 јединицу вертикално или хоризонтално. На колико различитих тачака у координатној равни се кенгур може наћи после 10 скокова?

- А) 121 Б) 100 В) 400 Г) 441 Д) други одговор

28. Нека је AD тежишна линија троугла ABC , $\sphericalangle ACB = 30^\circ$, $\sphericalangle ADB = 45^\circ$. Одредити величину угла BAD .

- А) 45° Б) 30° В) 25° Г) 20° Д) 15°



29. Колико има уређених тројки ненегативних целих бројева (a, b, c) , таквих да је $2^a + 2^b = c!$ ($c! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot c$)?

- А) 0 Б) 1 В) 3 Г) 5 Д) 7

30. Прост број је „необичан“ или ако је једноцифрен или ако има две или више цифара и ако су оба броја која се добијају брисањем било прве било последње његове цифре такође „необична“. Колико „необичних“ простих бројева постоји?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 9 Д) 11

Задаци: “Kangaroo Meeting 2008”, Берлин, Немачка
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
 Превод: др Марија Станић
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
 E-mail: info@dms.org.rs
 URL: http://www.dms.org.rs