ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ДРЖАВНИ СЕМИНАР 2017.

ТЕМА:

РЕШЕЊЕ НИЈЕ САМО РЕЗУЛТАТ

РЕАЛИЗАТОРИ СЕМИНАРА:

Милорад Шуковић, Зоран Ловрен
ОШ „Свети Сава“, Аранђеловац

Београд 11.02. 2017. године

С А Д Р Ж А Ј :

♦ УВОД

У настави математике преко задатака се остварују сви задаци наставе математике. Од избора задатака зависи које ћемо задатке наставе математике успети да остваримо као и квалитет наставе. Улога математичких задатака је у томе што, с једне стране, коначан циљ наставе математике јесте да ученици овладају методама решавања система математичких задатака. а, са друге стране , она је одређена тиме штоје циљ наставе математике могуће постићи првенствено решавањем система математичких задатака. На тај начин, решавање задатака у настави математике јавља се и као циљ и као средство наставе.

• Математичари који се баве теоријом решавања математичких проблема у својим радовима истичу, а настава математике потврђује, да се процес решавања математичког задатка одвија кроз четири основне етапе, фазе:

(1) Анализа услова и разумевање задатка
(2) План
(3) Извршавање плана, у свим његовим појединостима
(4) Осврт на задатак и решење (провера решења, анализа и коментар решења, формулисање одговора, резиме)

• Ово је једна прича о последњој етапи.
Када дођу до решења неког задатка , ученици, по правилу, „откаче“ тај задатак и очекују нови. Тако се готово увек изоставља важна и поучна етапа рада – осврт. Зато код ученика ваља изграђивати сазнање о томе да добијањем решења (одговора, резултата) задатак скоро никада није потпуно искоришћен, већ остаје још понешто да се уради.

• Осврт на решавање задатка (својеврстан поглед уназад, али и унапред) згодна је прилика да се истраже везе тог задатка са другим задацима – примена истог поступка у некој другој ситуацији, уопштавање и слично.

• Пружа се могућност испитивања нових идеја и даљег усмеравања мишљења ученика

• Одређено усмеравање постиже се и неким од питања:
Може ли се начин решавања задатка поједноставити?
Да ли се може решити и на неки други начин?
Може ли се уопштити?
Да ли смо сличан поступак раније користили?
Како гласи обрнуто тврђење? Да ли је оно тачно? И низ других питања која се намећу.
Тражењем одговора на та питања развијају се и негују одређене способности ученика, а њихова креативност се подиже на већи ниво.

• Након што решимо неки алгебарски задатак коментаришемо решење. Показујемо још неки начин како смо могли решити, дајемо графичку интерпретацију, разматрамо посебне случајеве и могуће уопштавање проблема. Чак свесно, осмишљено постављамо задатке у којима се намеће потреба за дискусијом решења.
Да ли се тако поступа и са геометријским задацима?
Наравно, ако су то они конструктивни задаци где сам проблем намеће анализу пре него ли се приступи конструкцији, дискусију и доказ. А остали задаци?

• На неколико лепих, једноставних примера указаћемо на садржајније и потпуније решавање једне врсте геометријских задатака у којима лако и брзо добијамо јединствене резултате иако условима задатка ситуација није једнозначно одређена.
Следи питање „О ЧЕМУ СЕ ТУ, ЗАПРАВО, РАДИ ?“ и одговор.

• Развијање и стварање навике свестраног сагледавања неког проблема и његовог потпуног решавања , па био он ма ког садржаја, за учење математике има посебну дидактичку вредност.
Није сам резултат искључиви циљ решавања математичких задатака.
И довршити нешто – значи отпочети! Што називамо крајем често је почетак!

♦ РЕШЕЊЕ НИЈЕ САМО РЕЗУЛТАТ

1) Тетива AB = 6 cm већег круга кружног прстена додирује мањи круг. Израчунај површину кружног прстена.

Уочимо - резултат не зависи од величине датих кругова. Површина кружног прстена једнозначно је одређена дужином тетиве иако тим податком кружни прстен није задат. О чему се ту ради?

2) Колика је запремина тела које настане ротацијом кружног одсечка тетиве дужине a око праве која је паралелана тој тетиви ?

Очито, резултат не зависи од величине кружнице, већ једино од дужине тетиве

3) Израчунај површину четвороугла ABCD чије се дијагонале AC=8 cm и BD=12 cm секу под углом од 30°

Уочавамо како условима задатка четвороугао није једнозначно одређен али сви четвороуглови који задовољавају услове задатка имају једнаку површину.О чему се ту ради?

4) Један крак трапеза је c= 6cм, а одстојање од средине другог крака је d = 8cm . Израчунај површину трапеза

5) Израчунај површину једнакокраког трапеза нормалних дијагонала и висине 8 cm

Површина једнакокраког трапеза нормалних дијагонала једнозначно је одређена дужином висине иако тим податком трапез није једнозначно одређен! О чему се ту ради?

6) Висина која одговара страници AB троугла ABC је 5 cm. На којој удаљености од врха C треба поставити праву паралелну страници AB да би троугао поделили на два дела једнаких површина.

Опет, и у овом задатку троугао ABC није јединствено задат, а ипак је решење задатка јединствено. Оно не само што не зависи од облика троугла већ ни од његове величине. Резултат можемо уопштити!

7) У троуглу ABC странице 10 cm и одговарајуће висине 15 cm уписан је квадрат којем је једна страницана на основици. Колика је дужина странице квадрата?

8) У једнакокраком трапезу средња линија је m, а дијагонала је два пута дужа од средње линије. Колика је површина тог трапеза?

9) Две кружнице се додирују споља и њихова два пречника су основице једнакокраког трапеза. Колика је површина тог трапеза ако је удаљеност средишта кружница 8 cm?

10) Колика је дужина средње линије трапеза чији је обим 24 cm ако се у трапез може уписати кружница?

♦ НЕКИ ПРИМЕРИ НЕЗАВИСНОСТИ

У процесу решавања математичких задатака догађа се да процена решења буде погрешна иако се чини да је заснована на логичком расуђивању и исправним закључцима. Као у случају оптичких варки, илузија, које су погрешно перципиране појаве, величине и облици, тако, у задацима, скривени односи међу величинама имају за последицу „чудан“, неочекиван резултат. Изазива неверицу код ученика и онда следи практична провера путем огледа, објашњење и доказ. То је веома занимљиво и може се на погодан начин укључити у наставу јер показује лепоту математике, подстиче развој логичког мишљења и способност решавања проблема. У великој мери доприноси мисаоној активности ученика; повећава интересовање за математику. Истиче се задатак са кружницама (последице константног односа обима и пречника), затим особине пресечних тачака дијагонала правоуглих трапеза задатих основица, кружни прстен којег чине описана и уписана кружница правилног многоугла, једна поједностављена верзија изборног парадокса и низ других примера.

1) Ако се Земљина кугла (лопта) по екватору обавије обручем и на исти начин обавије фудбалска лопта по свом великом кругу и потом се дужина та два обруча (обима) продужи за један метар , на ком ће растојању од Земље, односно лопте бити обручи?

Дакле, растојање је једнако и износи $\frac{1}{2\pi}$ метара, приближно 16 cm.

„Чудан“ резултат је последица сталног односа између дужине обима и пречника круга

2) Када би смо обишли Земљину куглу по екватору, наше теме би прешло дужи пут него ма која тачка стопала. Колико износи разлика?

3) На равној подлози су два стуба висине 10 m и 15 m . Врх сваког стуба спојен је правом са подножјем другог стуба. На којој је висини пресечна тачка правих?

4) Наћи површину кружног прстена којег чине описана и уписана кружница правилног многоугла са n страница**.**

Према томе, површина кружног прстена којег чине описана и уписана кружница правилног многоугла не зависи од броја страница многоугла.
Другим речима, ако је страница једног правилног многоугла подударна страници другог правилног многоугла, без обзира колико има страница сваки од њих, описане и уписане кружнице одређују кружне претене једнаких површина.

5) Три места A,B,C имају такве положаје да образују једнакостранични троугао. Места су спојена путевима AB, BC, AC. У унутрашњости троугла треба изградити ауто сервис M на таквој позицији да укупна дужина путева од M до путева који повезују места A,B,C буде што мања.

6) Збир удаљености било које тачке на основици једнакокраког троугла од кракова троугла не зависи од избора те тачке и једнак је дужини висине која одговара краку тог троугла.

7) У многоуглу једнаких страница збир растојања једне тачке од страница многоугла је сталан, то јест не зависи од избора тачке.

8) Из ма које тачке на основици једнакокраког троугла, крака 2014, повучене су паралеле са његовим крацима. Израчунати обим добијеног паралелограма.

Обим не зависи од положаја тачке O, нити од дужине основице и једнак је двострукој дужини крака.

9) На правој су дате узастопне дужи A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 , . . . , $A_{n-1}A_n$. Доказати да линија састављена од полукругова описаних над овим дужима једнака полукругу чији је пречник A_1A_n.

10) Пешак полази из тачке А и иде 1 km према југу, затим скреће под правим углом и иде 1 km према истоку, поново скреће под правим углом и иде 1 km према северу. После 3 km поново се нашао у тачки А. Одредити на површини Земље све тачке за које је такво путовање могуће.

11) Један морнар је пронашао лист пергамента на коме су били подаци о географском положају пустог острва са скривеним гусарским благом: „На острву се налазе бор, чемпрес и палма. Пођи од бора према палми, броj кораке, па се окрени улево за 90º и иди исто толико корака. Ту постави знак. Затим поново пођи од бора према чемпресу, броj кораке, па се окрени удесно за 90º и настави исто толико корака. Ту постави знак. На средини дужи чији су крајеви та два знака је закопано благо.” Један морнар је нашао острво, чемпрес и палму на њему, али бора није било. Вратио се празних руку. Ех, да је био математичар!

(Дакле, „пут до закопаног блага“ не зависи од положаја тачке B!)

12) У једном одељењу од 30 ученика бира се председник одељенске заједнице. Кандидати су Ана, Бојан и Маја.
Прва група од 13 ученика гласа за Ану, потом су наклоњени Бојану док за Мају не би никада гласали.
Друга група од 7 ученика гласа за Бојана, подносе и Мају, док Ани не би дали глас.
Преосталих 10 ученика гласа за Мају, наклоњени су Бојану, али не и Ани.
Који ће кандидат бити изабран ако се избори:
а) завршавају једним гласањем (у једном кругу)
б) спроводе у два круга где у други круг иду два кандидата са највећим бројем гласова
в) спроводе тако што сваки ученик рангира кандидате и првом додељује 3, другом 2, а трећепласираном 1 поен.

♦ КОМБИНАТОРНА ГЕОМЕТРИЈА

1) Да ли се квадрат може поделити на 2017 квадрата?

2) Потребно је поделити круг помоћу правих на 2017 делова. Колико је најмање правих потребно за поделу? Колики је максималан број делова на које се може поделити круг помоћу n правих?

3) Свака тачка равни обојена је црном или белом бојом. Доказати да постоји дуж дужине 1 у овој равни чија су оба краја обојена истом бојом.

4) Бела раван је поливена црном бојом. Доказати да постоје две тачке исте боје између којих је растојање 2017 cm

5) Да ли се у круг полупречника 1 може сместити известан број кругова тако да ни један од њих нема заједничку унутрашњу тачку са другим круговима и да им је збир полупречника 1988?

6) Дат је круг K и у њему 2017 тачака, од којих су сваке три неколинеарне. Конструисати праву p која садржи једну од датих тачака, а дату кружну površ дели на два дела тако да у сваком делу има једнак број тачака.

♦ НЕКИ ПРИМЕРИ УОПШТАВАЊА

1) Израчунати збир: а) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2016\cdot 2017}=$ б) $\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\ldots+\frac{1}{97\cdot 100}$

2) Израчунати: $\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{10000}\right)$ **3)** Доказати да је: $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots+\frac{1}{1000^2}<1$

4) Доказати: а) $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{2016\cdot 2017}<\frac{1}{2}$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^3+\ldots+\left(\frac{1}{2015}\right)^{2015}<1$

5) Доказати: $\frac{1}{2}<\frac{1}{2017+1}+\frac{1}{2017+2}+\frac{1}{2017+3}+\ldots+\frac{1}{2017+2017}<1$

6) Доказати: $1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot 2017<1009^{1009}$

7) Ако су a , b , c природни бројеви, доказати да важи: $ab+bc+ac\le 3abc$

8) Доказати: $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$ **9)** Доказати: $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^3+\ldots+\left(\frac{1}{2015}\right)^{2015}<1$

10) Ако је A = $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$ доказати да је $\sqrt{A}<\frac{5}{6}$ **11)** Доказати: $\sqrt{1\cdot 2}+\sqrt{2\cdot 3}+\ldots+\sqrt{99\cdot 100}<5000$

12) $\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{100}}>10$ **13)** $\sqrt{2018}+\sqrt{2016}<2\sqrt{2017}$

14) Ако је $a^2+a+1=0$, одредити вредност израза $a^{2017}+\frac{1}{a^{2017}}$

15) Када се из једног темена паралелограма повуче права која на супротној страници одсеца $\frac{1}{n}$ део, она на дијагонали одсеца $\frac{1}{n+1}$ део.

16) Дат је троугао страница BC = 15, CA = 17 и AB = 12. Из тачке M на страници BC.Повучене су паралеле са страницама AB и CA.Изрази обим паралелограма у функцији од BM = x

17) Дат је троугао ABC и права која га не сече. На праву су спуштене нормале AA_1 , BB_1 , CC_1;затим су спојене средине M, N,P ових нормала. Доказати да је троугао MNP половина троугла ABC

18) Свеже грожђе садржи a% воде, а суво b%. Колико свежег грожђа (y) треба узети да би се добило x килограма сувог ?

19) Извесна количина робе изажена правим разломком m/n продата је са губитком од x%. Са колико процената зараде (y) треба продати остатак да би се покрио губитак?

19) Дата је мешавина од *a* литара течности A и B. У тој мешавини је x % течности A. Колико треба додати (y) течности B да би нова мешавина садржала r % течности A?

♦ ЗАДАЦИ СА ТАКМИЧЕЊА

1) (*Државно 2007*) Ако за реалне бројеве a и b важи једнакост ab = a – b , доказати да вредност израза $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-ab$ не зависи ни од a ни од b

2) (*Окружно* 2011) Одреди вредност израза a –b ако је : $a=\frac{1^2}{1}+\frac{2^2}{3}+\frac{3^2}{5}+...+\frac{2011^2}{4021}$ и

$b=\frac{1^2}{3}+\frac{2^2}{5}+\frac{3^2}{7}+...+\frac{2010^2}{4021}$ (МЛ 2011/12)

3) (*Окружно* 2007) Израчунати разлику израза: $1^2+2^2+3^2+...+2005^2$ и $1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+.....+2004\cdot2006$

4) А) (*Савезно 1988*) Доказати да је разлика броја (у декадном запису) написаног од 100 јединица и броја написаног од 50 двојки, квадрат целог броја.

Б) (*Републичко 2000*) Доказати да је број 111….111 – 222…222 потпун квадрат неког природног броја (2000 јединица, 1000 двојки).

5) (*Републичко 2004*) Између сваке две цифре броја 121 уписано је по 2004 нуле. Наћи квадратни корен тако добијеног броја.

6) (*Балканијада 1998*) Доказати да је број 11 . . . 11122 . . .2225 (1997 јединица, 1998 двојки) потпун квадрат

7) (*Изборно 2003*) Нека је A = 2 · 4 · 6 · ...· 2002 и B = 1 · 3 · 5 · 7 · ... · 2001.
Доказати да је број A + B дељив са 2003

8) *(Балканијада 2003)* Нека је n позитиван цео број. Број A се састоји од 2n цифара и свак од њих је 4, број B се састоји од n цифара и свака од њих је 8. Доказати да је A + 2B + 4 потпун квадрат

9) (*Савезно 2004*) Дати су реални бројеви $a_1, a_2, ..., a_{2004}$ такви да важи:

$a_1\cdot a_{2004}=a_2 . a_{2003}=...=a_{1002} . a_{1003}=1$ Доказати да је: $\frac{1}{1+a_1^{2004}}+\frac{1}{1+a_2^{2004}}+...+\frac{1}{1+a_{2004}^{2004}}=1002$.

10) (*Савезно 2004*) У равни су дате 2004 тачке. Неки парови тачака су спојени дужима. Доказати да постоје две тачке из којих полази једнак број дужи

11) (*Савезно 2003*) Дат је правилан шестоугао ABCDEF и произвољна тачка P у њему. Доказати да је збир површина троуглова PAB, PCD, PEF једнак збиру површина троуглова PBC , PDE , PFA

♦ ЗАДАЦИ СА ДИСКУСИЈОМ

1) Конструисати правоугли троугао ако се знају хипотенуза и висина која одговара хипотенузи

2) Конструиши троугао ABC помоћу две странице AB и AC и висине из темена A

3) Насеље A и базен B су са исте стране реке *p*. Одреди где на обали треба направити купалиште тако да насеље A буде једнако удаљено од купалишта и од базена B.

4) У датој кружници конструисати тетиву која је паралелна и једнака датој дужи.

5) Кроз тачку која не припада кружници повући сечицу на којој лежи тетива задате дужине d

6) У круг уписати правоугаоник задатог obима 2x

7) Кроз теме A датог троугла ABC повући праву тако да нормале из те BB_1 и CC_1 из темена B и C на праву одсецају на њој дуж $B_1C_1 = l$

8) Скуп свих тачака равни које имају особину да је збир растојања од две паралелне праве једнак датој дужи l

9) У другој кошаркашкој лиги има 14 клубова. Све екипе играју међусобно две утакмице (као гост и као домаћин). За победу се добија 2 бода, а за пораз 1 бод. Број освојених бодова екипе (y) зависи од броја победа (x). Изрази функцијом ту зависност.

10) Нека је ABC једнакокраки троугао основице a, обима 2014 cm. Ако се дужина основице повећа (смањи) за x cm, онда се крак смањи (повећа) за y cm. Изрази зависност промене дужине крака од промене дужине основице.

11) Растојање између села A и B je 6 km. У селу A има *a* ученика, а у селу B, *b* ученика. На ком растојању од села A треба саградити школу, тако да укупан пут који сви ученици прелазе у току једног дана (y) буде најмањи?

12) Скупља кафа по цени од a дин./kg меша се са јефтинијом врстом кафе од b дин./*kg*. Колико треба узети скупље кафе (y) да би се добило 100 kg. мешавине по цени од x дин./kg?

13) (*Републичко2006.*) Дата су два подударна једнакокрако-правоугла троугла катета дужине 1cm. Одреди максималну површину пресека троуглова која се добија померањем троуглова по правој *p*.

14) *Математичка игра*: Узимање жетона; анализа општих случајева.

15) НИМ игра

♦ ЈЕДАН ЗАДАТАК ВИШЕ РЕШЕЊА

Битан циљ изучавања математике је и да се ученици оспособе за изналажење различитих путева и метода решавања задатака. Међутим, у нашој школи се најчешће од ученика захтева да задатак одређеног типа решава уз примену тачно одређеног поступка, односно обрасца, све док не усвоји технику решавања. На тај начин ученике оспособљавамо да механички примењују метод, али их не оспособљавамо да процене када и у којим условима тај метод треба примењивати.
Захтев да један задатак буде решен на различите начине спречава фиксираност мишљења и онемогућава учвршћивање једног начина и метода његовог решавања.
Флуентност у математици представља управо споменуто: изналажење већег броја поступака решавања истог задатка. Њена суштина је у томе да се на истом математичком садржају развије што више идеја, односно решења. Овде је квантитет, а не квалитет (у смислу једноставности, оргиналности) решења у првом плану. Неко је рекао: „Ни једна идеја није тако лоша ако смо довољно критични, лоше је ако уопште немамо идеја”.
Проналазећи што више решења истог задатка, код ученика се развија способност пребацивања са једног на други мисаони ток и тиме развија гипкост мишљења.

1) Промени положај једног штапића тако да се добије тачна једнакост. Преместити три штапића тако да добијеш 4 квадрата

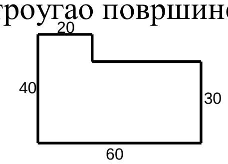
2) Командир страже треба да распореди 20 војника дуж четири стране војног објекта са девет стражарских места. Он је распоредио по 6 војника на свакој страни. Капетан је био незадовољан распоредом стражара и направио је нови тако да једнак број војника чува сваку страну. После тога у обилазак је наишао мајор и закључио да више војника може бити постављено на свакој страни. Генерал се наљутио и наредио распоред по којем је сваку страну објекта чувало 9 војника. Прича се да је на крају чак и маршал понудио још једно решење. Какве распореде су предложили официри?

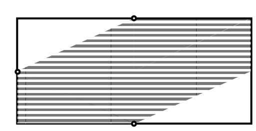
3) Разлагање квадрата **4)** Разлагање једнакостраничног троугла

5) Подели квадрат 4Х4 на четири подударна дела тако да у сваком делу буде само једно “срце”

6) Нацртати на квадратној мрежи четвороугао или троугао површине 8

7) Површина фигуре на слици (четири решења)





8) Израчунај површину шрафираног дела ако су странице правоугаоника 10 и 4, а тачке E,F,G,H су средине одговарајућих страница

9) Површина трапеза

10) За камионом који иде брзином 60 km/h после сат и по пошаљу аутомобил који вози брзином 100 km/h. За колико ће сати аутомобил стићи камион ако је после сат и по вожње имао квар па је на поправљање мотора утрошио пола сата. Колики ће пут превалити до сустизања?

11) Купац је купио 138 метара црног и плавог штофа за суму од 540 рубаља. Колико је купио метара од једног, а колико од другог штофа, ако је метар плавог платио 5 рубаља, црног три рубље?

12) Одређивање центра круга

13) Подела дужи на три једнака дела

14) Неједнакост аритметичке и геометријске средине

15) У правоуглом троуглу ABC дужине катета AC и BC су, редом 8 cm и 6 cm. Из тачке M на хипотенузи повучене су нормале MP и MQ на катете .Одреди положај тачке M тако да правоугаоник CPMQ има највећу могућу површину.

16) Доказати да је површина једнакокраког трапеза са нормалним дијагоналама једнака квадрату његове висине.

17) Ако је f(x – 3) = 2x – 4 , одреди функцију f(x)

18) Доказати да за катете *a, b* и хипотенузу c правоуглог троугла ABC важи: $a+b \le c\sqrt{2}$, при чему једнакост важи само ако је $a = b$

19) Дужина крака једнакокраког троугла двоструко је већа од дужине основице. Израчунај полупречник уписане кружнице ако је дужина висине на основицу 4 cm.

20) Дат је једнакокраки троугао ABC, |AC| = |BC|, <) ACB = 20° . На страници AC дана је тачка D тако да је |CD| = |AB|. Израчунај угао CBD .

21) Нека је у унутрашњости квадрата ABCD задана тачка P таква да је <)PAB = <)ABP = 15°. Доказати да је ΔPCD једнакостраничан. (метода помоћних ликова)

22) Дужи AD и BE су висине ΔABC ($D \in BC$, $E \in AC$) Ако је AE=5, CE=3, колико износи x=BD?

23) *(Изборно 1998)* Одреди најмањи природан број за који је вредност израза $\dfrac{\sqrt{1998}+\sqrt{n}}{\sqrt{1998}-\sqrt{n}}$ природан број

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Др Ратко Тошић: Решени задаци за младе математичаре - Научна књига - Београд -1990.
[2] Др С.Прешић , Др Б. Алимпић: Збирка задатака из математике, Свјетлост, Сарајево -1977.
[3] Др Владимир Стојановић: Математископ 3 – Научна књига – Брограď -1985.
[4] Борисав Симић: И то је математика – Епоха – Пожега – 2006.
[5] Борисав Симић: Занимљива математика – Епоха – Пожега - 2006.
[6] „Математички лист“, часопис за ученике
[7] Миодраг Петковић: Атрактивна геометрија, Математископ, 2003.
[8] Даринка Јаношевић, Никола Чепинац: Збирка задатака из планиметрије
[9] Шефкет Арсланагић: Допринос математике развоју личности, Требиње 2014.
[10] Група аутора:1000 задатака са математичких такмичења ученика основних школа, ДМС, Београд
[11] „Математика и школа“ , часопис