



Pripreme za JBOI 2008  
01. jul 2008. godine  
predavač: Rajko Nenadov  
e-mail: rajkon@gmail.com

## Malo kombinatorike i mnogo bektreka

**Zadatak 1.** (YUOI 2004) Na stolu se nalazi komplet od  $N \leq 100$  babuški, koje su obeležene brojevima od 1 do  $N$  (od najmanje ka najvećoj). Babuška obeležena brojem  $i$  se može staviti u babušku obeleženu brojem  $j$  ako je  $i < j$ . Demjan se igrao sa babuškama, proizvoljno stavljajući jednu babušku u drugu. Na kraju su ostale vidljive samo neke babuške. Boris sada mora da odgovori koliko mogućih kombinacija umetanja babuški postoji, tako da ostanu vidljive baš te babuške. Dve kombinacije su različite ako postoji bar jedna babuška koja nije stavljena u istu babušku u obe kombinacije.

U prvom redu ulaza nalaze se brojevi  $N$  i  $M$ , a u drugom se nalazi  $M$  brojeva, i oni predstavljaju redne brojeve babuški koje su ostale vidljive.

**Ulaz**

4 2

3 4

**Izlaz**

4

Napomena: za potpuno rešenje ovog problema, potrebno je implementirati rad sa velikim brojevima (množenje i sabiranje).

**Zadatak 2.** Za zadate brojeve  $N$  i  $M$  ( $N \geq M$ ), napisati program koji računa na koliko načina se od  $N$  različitih brojeva može izabrati  $M$  brojeva.

**Ulaz**

5 2

**Izlaz**

10

**Zadatak 3.** Napisati program koji :

1. za dati broj  $N$  ispisuje sve permutacije niza  $1, 2, \dots, N$  (rekurzivno i iterativno rešenje)
2. za date brojeve  $N$  i  $M$ , ispisuje sve  $M$ -točlane podskupove skupa  $\{1, \dots, N\}$
3. za date brojeve  $N$  i  $M$ , ispisuje sve nizove dužine  $M$  čiji su elementi iz skupa  $\{1, \dots, M\}$  (varijacije sa ponavljanjem od  $N$  elemenata  $M$ -te klase) (rekurzivno i iterativno rešenje)

**Zadatak 4.** (TopCoder, SRM 403) *Srećan* broj je onaj broj koji u svom dekadnom zapisu sadrži samo cifre 4 i 7. Za date brojeve  $a$  i  $b$  ( $a, b \leq 1,000,000,000$ ), ispisati koliko ima *srećnih* brojeva u intervalu  $[a, b]$ .

Ulaz	Izlaz
1 10	2
11 20	0
1000000 5000000	64

**Zadatak 5.** (TopCoder, SRM 363) Broj  $x$  je zapisan na standardnom digitalnom displeju. Ako broj  $x$  obrnemo naopacke, tj. sve cifre napišemo u obrnutom redosledu, i svaku cifru rotiramo (kao da je gledamo u ogledalu), dobićemo broj  $x'$  (primeri kako izgledaju brojevi 1521 i 1221 posle obrtanja su dati na slikama). Ukoliko je  $x = x'$ , onda za broj  $x$  kažemo da je on broj iz *ogledala*. Za zadato  $a$  i  $b$  ( $a, b \leq 10^{18}$ ), ispisati koliko ima brojeva iz *ogledala* u intervalu  $[a, b]$ .



Ulaz	Izlaz
0 100	7
143 23543	54

**Zadatak 6.** Particija prirodnog broja  $n$  je svaki niz prirodnih brojeva  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  sa osobinom  $1 \leq a_1 \leq \dots \leq a_k$  i  $n = a_1 + a_2 + \dots + a_k$ . Napisati program koji učitava broj  $n$  i štampa sve njegove particije.

**Zadatak 7.** (Z-trening) Na stolu se nalazi  $n \leq 100$  domina. Svaka domina može proizvoljno da se rotira. Dve domine mogu da se nadovežu jedna na drugu ako je drugi broj prve domine jednak prvom broju druge domine. Napisati program koji za date domine određuje dužinu najdužeg lanca koji od njih može da se formira.

U prvom redu ulaza nalazi se broj  $n$ . U svakom od narednih  $n$  redova nalaze se po dva broja, i oni predstavljaju brojeve jedne domine. Brojevi na domini mogu biti od 0 do 6 (standardne domine).

Ulaz	Izlaz
3	3
1 2	
2 3	
3 4	

**Zadatak 8.** Napisati program koji određuje na koliko načina 8 kraljica može da se postavi na šahovsku tablu, tako da se nikoje dve ne napadaju!

**Zadatak 9.** Dat je niz realnih pozitivnih brojeva  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Napisati program koji taj niz deli na dva dela, tako da je apsolutna vrednost razlike sume elemenata ta dva dela, najmanja moguća.

**Zadatak 10.** (Regionalno takmičenje, 2004.) Hemičar radi na projektu stvaranja supermolekula od četiri zadata molekula jednake dužine. Molekul se predstavlja kao niz atoma koji

ga sačinjavaju. Atomi su predstavljeni velikim slovima abecede. Model super-molekula može se predstaviti u dvodimenzionalnom prostoru tako da su bilo koja dva, od četiri zadata molekula vertikalna, a preostala dva horizontalna. Pri tome svaki od horizontalno postavljenih molekula sa svakim od vertikalno postavljenih molekula ima tačno jedan zajednički (presečni) atom. Pravila sastavljanja super-molekula su sledeća:

- svaki molekul mora biti upotrebljen tacno jednaput.
- bilo koji od cetiri zadata molekula moe biti smeten u bilo koji horizontalni i bilo koji vertikalni red super-molekula.
- ako je molekul horizontalno smeten on mora biti orijentisan s leva na desno.
- ako je molekul vertikalno smeten on mora biti orijentisan odozgo na dole.
- povrina pravougaonika koji se nalazi u centru super-molekula treba da bude to je moguće veća. Ova povrina nikad neće biti nula. (Presecni atom se ne racuna u duinu stranice pravougaonika)
- Prvi i poslednji atom bilo kog molekula ne moe biti presečni atom.

Pomozite hemičaru da sastavi super-molekul koji zadovoljava navedena pravila.

U prvom redu ulaza se nalazi broj  $n$  ( $5 \leq n \leq 20$ ), i on predstavlja dužinu molekula. U naredna četiri reda se nalaze opisi molekula.

**Ulaz**

8

ANJBCDSP

CBNIOKIA

JKDCOOQO

RTICIFQE

**Izlaz**

9

**Zadatak 11.** Latinski kvadrat reda  $n$  je kvadratna matrica čiji su elementi brojevi iz skupa  $\{1, \dots, n\}$ , i u svakoj njenoj vrsti i koloni svi elementi su međusobno različiti. Napisati program koji određuje koliko postoji latinskih kvadrata reda  $n \leq 7$ .

**Mozgalica.** (Programiranje & Programiranje, Milan Vugdelija) Dva igrača naizmenično kidaju latice cveta. Svaki igrač može da otkine jednu ili dve susedne latice. Koji igrač ima pobjedničku strategiju?

**Korisno.** Dati su brojevi  $n$  i  $t$ . Odrediti  $n^t$ .