Како математику учинити занимљивом ?

Ђорђе Дугошија

Математика је краљица мисаоне уметности за оне који је схвате и прихвате. За друге је баук и бескорисно малтретирање мозга.

Главни циљ наставе математике је да научи ученика да мисли (тј. мисаоно обрађује све могуће информације које прима) и тако схвати свет и појаве око себе изражавајући их помоћу математичког језика и модела.

Један од проблема наставе математике је одбојност која се може појавити код извесног броја ђака. У овом предавању анализирамо узроке и терапију лечења ове појаве.

Кривце за одбојност према математици морамо потражити у актерима наставе а то су :

1. Професори

2. Ђаци

3. Наставна средства

4. Средина (родитељи, школа, друштво,..)

Свако од њих има свој удео.

1. **Професори**
   -Најобразованији део друштва
   - друштвено деградирани,
   -слабо плаћени,
   -терет за државу
   -не располажу својим производом;
   -њихов се учинак мери туђим успехом ,а од тога они немају ништа;
   -подразумева се да су морални, свесни и дужни да сваком и на сваком месту предају знање
   - лака мета за натресање директора, родитеља, ђака, новинара,...

   Епилог:
   -негативна селекција
   -отаљавање посла
   Има више облика:

-незаинтересованост за наставу

-неприпремљености за час

припреме за час се не састоје у писању извештаја (за инспекцију или директора)

- формална обради тема

екс-катедра без сагледавања ефеката који оставља на слушаоце, без интеракције са њима.

-пасивно коришћење уџбеника (или не коришћење уопште),

- грешке у њему се не уочавају ,

-„ причам оно што сам научио па макар то било погрешно“

Примери:

-„Збир углова у троуглу је 180 степени“

-„полином се множи мономом тако што се сваки сабирак помножи тим мономом“

- „нула није ни позитиван ни негативан број“ -изузетно важна чињеница у реномирном уџбенику,

-одузимање једноцифреног од троцифреног броја позајмљивањем десетице(које у троцифреном броју нема)

$\sqrt{4} = \pm 2$

Имагинарна јдиница и је корен из минус један.

-употреба "шодер збирки",

задаци набацани на гомилу, готово без реда,

за обраду не треба уложити готово никакав интелектуални напор, па је потпуно свеједно који ће се од њих обрадити.

Ђаци се "активирају" извођењем на таблу и механичким понављањем већ виђених ствари!

Други тип отаљавања иде у супротност **–професор ради себе ради**

- квалитетна обрада теме али **неприлагођено** слушаоцима и са (можда) подсвесним циљем да истакне професора као паметног, за разлику од његових (тупавих) ђака који га у знању никад неће достићи. Такав рад ће увек произвести негативне последице, одбијање већине ђака од математике, па чак и сукобе уколико професор (оценама) инсистира да ђаци "на силу" науче оно што им је он сервирао.

2. Ђаци

Пасивност ђака је резултат разних фактора(коефицијент интелигенције, („нису бисери за свиње“), лични и породични разлози) , али најчешће погрешног приступа професора. Овај мора увек бити свестан **коме и шта предаје** и треба да **одабере начин** да своје слушаоце заинтересује за то. Зато је поштено обављен посао професора јако напоран. Он је на часу као на позорници али , за разлику од глумца, са текстом који није унапред научен , већ се уживо прави према одзиву слушалаца. А код куће се припрема богат материјал који омогућује варирања излагања (тај рад се обично не рачуна у радно време).

Мерило успешности сваког професора није количина његовог личног знања него степен мотивисаности који генерише код својих ђака да изучавају предмет који им предаје. Ово за директну последицу има брзину стицања, количину и квалитет знања ученика.

Као што знамо власт овај критеријум не препознаје или запоставља. Универзитетски наставници (дакле учитељи учитеља) напредују искључиво бројем написаних научних радова (и то у туђим часописима), а не квалитетом преноса знања са циљем прављења од себе бољих нових научника, професора, стручњака. Да ли је ово последње можда немерљиво? За мерење служе разне анкете којима се мери популарност наставника али су оне често малициозне па приказани резултат не одговара стварности. Добар професор није онај који је поделио свима одличне оцене, нити је лош онај који је свима дао јединицу (можда је то само педагошка мера). Прави крутеријум је разлика у знању одељења на крају и на почетку рада и остварени степен мотивисаности ученика за даљи рад.

У принципу, професори (инструктори) нису ни потребни, све се може самостално научити , али ће за то требати бар десет пута више времена и труда уз стално понављање , па исправљање, истих грешака! Овај вид образовања можда би и успео када би се животни век удесетостручио. Овако ни са целоживотним образовањем (које је је замишљено као механичко усвајање нових производних операције које је нека „елита“ смислила, уз заборављање старих) нема шанси.

3. Наставна средства

Данашња наставна средства су неупоредиво боља него што су икад била. Постоје удобнији уређаји за приказивање наставе него што су табла и креда као и програми којима се решавају сложени математички задаци , као на пример:

израчунавање вредности бројевног израза, трансформације алгебарских израза, решавање стандардних једначина, цртање графика, израчунавање интеграла, извода,....

То нас наводи на помисао да се излагање неких наставних јединица мора мењати и да **треба дозволити контролисану употребу помагала.** Шта више,

коришћење калкулатора и компјутерских програма мора наћи место у модернизованој настави математике (као што се некада учио рад са таблицама и логаритмаром).

Време утрошено за шаблонско увежбавање операција може се онда скратити и заменити садржајима везаним за суштину. Најбоље би било да у настави математике постоје и примери који се решавају калкулаторима и рачунарима, као и они предвиђени за обраду без помагала!
Слабо коришћење компјутера је брука математичара. Поново се одрођује информатика од математике. Зар то треба да раде инжењери, менаџери, сви други осим самих математичара???? Треба ли уводити посебну наставу информатике од основне школе? Шта би били садржаји те наставе? Игрице???

4. Средина

Друштво стално уводи нове планове и програме угледајући се тобоже на најуспешније земље света (Сингапур, Финска, Естонија,...) . Једино „не виде“ да „празна не пуца“ и да за остваривање таквих програма треба од друштвеног производа за образовање издвојити бар онолико процената колико је извојено у таквим земљама, значи десетоструко више него сада. То је нереално, рећи ће, али такође је нереално очекивати достизање стандарда света у образовању са овим средствима и уз највећи ентузијазам наставника и ђака. Резултати светских тестова показују да код нас главни проблем и није у образовању него у његовој примени. Познати су примери наших „слабих“ ђака који су у далекој Канади или Аустралији проглашени за „вундеркиндове“ и напредовали по два разреда годишње, а о мајсторима и стручњацима да не говоримо. Непримењено знање су бачена средства , јер брзо застари или се заборави.

Терапија

Навели смо неке узроке за појаву одбојности математике код једног дела популације. Покушајте да их избегнете.

Како у овим условима учинити математику интересантнијом за ширу популацију?

-укључивање што више примера из живота

Пракса је показала да су ученици више заинтересовани за оно математичко градиво које је ближе животу, чију примену уочавају у области која их занима, за ствари које садрже загонетку, неочекиваност, за нешаблонске ствари.

Зато је један од начина да се математика учини интересантнијом укључивање што више примера из живота. Њима се остварује двоструки циљ: посматрана појава описује се математичким моделом (језиком) и обрнуто, користи се научена математика. То даје животност математици, а често је и извор нове математике. Зато **наставу треба допунити таквим елементима** који ће јој дати сочност, пуштајући ђаке да покажу своју мисаону креативност.

-математика је мисаона уметност

Математика ради са мисаоним конструкцијама па се занимљивост може постићи и лепотом мисаоне конструкције, На жалост, та је лепота често скривена у решењу проблема, па је доступна само онима који активно учествују у његовом решавању! Да би се натерао мозак на посао , веома је добро **проблеме формулисати истраживачки** не дајући одговор унапред.

-постављање неочекиваних захтева и питања

Једна од идеја за спречавање пасивности је и постављање неочекиваних захтева и питања као:

Понови дефиницију, понови задатак.

Шта је дато? Шта се тражи?

Која је веза између датог и траженог?

Да ли си све дато искористио?

Да ли су сви дати подаци релевантни?

Шта се догађа ако се нешто измени?

Како (хеуристички) проверити резултат?

Направи пример или контрапример!

Да ли важи обрнуто?

Дата је једначина (релација). Направи реалан проблем кога она моделира.

Одговори на оваква питања остварују **активан однос ђака** у настави.

Наводимо неке конкретне примере који се могу употребити у редовној , а нарочито у додатној настави , са циљем да се математика учинити интересантнијим свим категоријама ђака, чак и када је на изглед досадна и сувопарна.

Изабрани примери проблеми подељени су према математичким областима.

ГЕОМЕТРИЈА

1. Како испитати да ли две праве нацртане на папиру имају заједничких тачака, ако на располагању имамо обичан правоугли ђачки лењир?

2. Ако на располагању имате само метар, како ћете испитати да ли је нацртани угао прав? Како измерити дати угао?

3. Како испитати да ли се нацртане праве секу, ако на располагању имате само метар ?

4. Имате комад савитљивог равног папира. Како да направите углове од 45 и 60 степени?

5. Како конструисати праву кроз недоступни пресек две дате праве и дату тачку?

6. У равни је конструисан угао. Како помоћу шестара проверити да ли је он: а) прав; б) 60^0; в) 45^0?

7. У равни леже три фигуре облика квадрата које се могу померати. Да ли највећи од њих има површину већу од збира површина два мања ?

8. У равни је нацртана основа куће (полигон). Ако се над сваком страном диже кров под истим нагибом, како изгледа кров одозго? Где је највишља тачка крова?

9. Места А и Б су са разних страна реке чије су обале паралелне. Спојите их најкраћим путем преко најкраћег моста који треба направити преко реке. Решите исти задатак , ако треба премостити две реке?

10. Дата је слика брода који се креће праволинијски и урања у маглу. Нацртати где ће изаћи из магле. Цртање кроз маглу није могуће.

11. Круг радијуса r котрља се без клизања по ободу полигона обима p . Колики пут при том прелази центар тог круга?

12. Црево дужине 15м и пречника 5цм смотано је у кружну спиралу. Најбоља оцена пречника добијене спирале (у цм) је:

А 10 Б 100 Ц 150 Д 200 Е 300

13. Ђак се изгубио у пустињи облика паралелног појаса ширине 1км. Доказати да може да изађе из ње прешавши мање од 3км.

14. Колико треба да је широк ходник који прави лакат кривину па да кроз њега може да се прокотрља кревет ширине 1 и дужине 2 м.?

15. Војник има задатак да тражи мину која се налази у непознатој тачки $(a,b), a \in \{1,2,...,m\}, b \in \{1,2,...,n\}$ и да се врати у полазну тачку $(1,1)$. Ако се он креће брзином 1, за које најмање време он може да нађе мину без обзира где се она налази?

16. Геометријске фигуре прављене су од тачака. Које се фигуре могу направити од дисјуктних дужи? Може ли четвороугао? Може ли троугао без једне унутрашње тачке? А друге фигуре?

17. Бицикл дужине л=173цм приближава се раскрсници и треба да скрене десно под правим углом али тако да растојање до ивичњака после скретања буде 1м као што је и пре било. У ком моменти и за колико степени треба окренути волан удесно?

18. Ауто дужине л са полупречником окретања Р креће се улицом 1м од на њој паркираних аутомобила ширине 2м. Између два од њих је рупа дужине Л. Како се упаркирати вожњом уназад у једном потезу?

СКУПОВИ

1. Познато је да су сви плинкови планкови и да су неки од плонкова плинкови. Која тврђења су тачна:

а) Неки планкови су плонкови.

б) Неки плинкови нису плонкови.

в) Ниједан плонк није планк.

2. У Монтреалу сваки грађанин говори француски или енглески, 80% говори француски, а 70% енглески. Колико процената грађана говори оба језика?

3. Међу математичарима сваки седми је филозоф а међу филозофима сваки десети је математичар. Којих има више филозофа или математичара?

4. У разреду има 40% дечака. Математички кружок посећује 40% ђака а 40% математичког кружока чине девојчице. Који део дечака посећује математички кружок?

5. Од 100 ђака 28 говори енглески, 42 француски, 30 немачки, 8 енглески и немачки, 10 енглески и француски, 5 немачки и француски а 3 сва три језика. Колико студената не говори ни један од ових језика? Колико од њих говори само француски?

КОМБИНАТОРИКА

1. Који број стоји на k том месту у n том реду шема:

а) $\begin{matrix} 1 \\ 23 \\ 345 \\ 4567 \\ \text{.........} \end{matrix}$; б) $\begin{matrix} 1 \\ 23 \\ 456 \\ 78910 \\ \text{...........} \end{matrix}$ в) $\begin{matrix} 1 \\ 121 \\ 1331 \\ 14641 \\ 15\ 10\ 10\ 51 \\ \text{..........} \end{matrix}$.

2. Рeђамо природне бројеве по правоугаоној спирали полазећи од темена коме придружујемо број 1. Одреди у којој врсти и у којој колони правоугаоника ће бити број 2016?

3. На колико начина се може прочитати реч СРБИЈА у шеми:

С

СР

СРБ

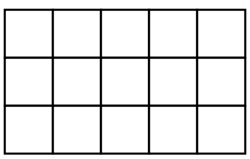
СРБИ

СРБИЈ

СРБИЈА

ако је читање дозвољено у смеровима десно и десно-доле.

4. Колико на датој слици има правоугаоника? А квадрата? Колико има путева дужине 8 по мрежи од доњег лево до горњег десног темена ?



5. У кутији има 10 црвених, 8 плавих, 6 зелених и 4 жуте куглице. Колико најмање куглица треба извући без гледања па да међу извученим буду

- најмање 4 плаве

-бар једна од сваке боје

- најмање 3 црвене, 2 плаве и једна зелена

- најмање 3 црвене или 2 плаве?

6. Из интервала $[1,100]$ изабрано је 11 бројева. Доказати да међу њима постоје два чији је количник у интервалу $[1,\frac{8}{5}]$.

БОЈЕЊА

1. Обојите свако поље квадрата 5џ5 једном од четири боје 1,2,3 или 4 тако да на сваком подквадрату 2џ2 буду све четири боје и да је бојом 1 обојен највећи могући број поља.
2. Обојите свако поље квадрата 4џ4 једном од н боја тако да на сваком подквадрату 2џ2 буде пар поља обојених истом бојом. Колико је највеће н за које овакво бојење постоји?
3. Обојите свако поље квадрата 3џ3 једном од н боја тако да за сваки пар боја постоје два суседна поља обојена тим бојама. Колико је највеће н за које овакво бојење постоји?

4. На таблу 8џ8 постављено је 8 домина које се не преклапају. Докажите да је остало места да се стави и квадрат 2џ2.
5. Колико најмање детектора треба поставити на поља табле 8џ8 тако да се открије присуство поморнице 1џ4 на тој табли?
6. На шаховску таблу стављене су фигуре тако да у свакој врсти и свакој колони буду по две фигуре. Доказати да се половина фигура може скинути са табле тако да у свакој врсти и колони остане тачно једна фигура.
7. Супротни углови табле 8џ8 покривени су картонским квадратима 2џ2 односно 1џ1. Играчи А и Б наизменично померају већи односно мањи квадрат по плочи паралелно страницама плоче за величину његове странице. Циљ играча А је да покрије својим квадратом квадрат играча Б а играча Б да му то не дозволи. Може ли А да победи у тој игри?
8. Поља јединичне мреже у равни обојити са 5 боја тако да на сваком пентамину облика крста буде свих пет боја.
9. Од шаховске табле исе;ена су два поља. Може ли се остатак исећи на домине 1џ2?
10. Из шаховске табле исечено је једно поље а остатак је разложен на тримине 1џ3. Које је поље исечено?
11. Замак облика једнакоивичног крста има 45 соба облика јединичних квадрата. На сваком унутрашњем зиду су врата. Туриста жели да прође кроз што више соба и да ни у једној не буде више пута. Колико највише соба може тако да посети?
12. Докажите да је правоугаоник 4џ11 нераставља на плочице облика Л тетрамина.
13. Колико највише плочица 1џ4 може да се исече из квадрата 6џ6?
14. Колико највише плочица 1џ2 се може исећи из из табле 9џ9 са рупом у средини облика степеница с основицом 2 висине 1 газишта 1?
15. Дато је 5 компјутера сваки је повезан са сваким каблом . Обојити компјутере и каблове са 5 боја тако да компјутери буду обојени разним бојама, каблови који излазе из сваког од њих буду обојени разним бојама различитим од боје компјутера из кога излазе.
16. Докажите да шахпвска табла окрњена за угаона поља не може да се растави на Л тетрамине.
17. Из табле 10џ10 исечено је 12 Л тримина. Докажите да се може исећи још један.
18. Докажите да се табла 10џ10 не може раставити на Л тетрамине.
19. Докажите да се коцка 6џ6џ6 не може раставити на квадре 1џ1џ4.
20. Доказати да се раван може обојити са 9 боја тако да не постоје две истобојне тачке наа растојању 1м.
21. У квадрату 7џ7 обојено је 19 ћелија. Колики је највећи број врста и колона са бар 4 обојене ћелије?
22. Могу ли се три суседне стране коцке 4џ4џ4 покрити са 16 трака 1џ3?
23. Сва места у театар сали 5џ5 су била попуњена. После паузе свако је хтео да седне на место суседно месту на коме је седео. Да ли је то могуће?

АЛГЕБРА

1. Фирма за препродају возила продала је два аута сваки за 9999 еура. На првом је зарадила 10% а на другом изгубила 10%. Одредити укупну зараду или губитак у овим трансакцијама.

2. Четири зупчаника имају редом 18,17,16 и 15 зубаца. Први је повезан са другим, други са трећим, трећи са четвртим. Колико најмање обрта мора да направи први зупчаник па да се сви зупчаници поново нађу у почетном положају?

3. Ако џ људи радећи y дана по z часова дневно ископају l метара тунела, колико метара тунела ископа X људи радећи Y дана по Z часова дневно?

4. Лондон и Берн су у различитим временским зонама. Ред летења једне авио компаније у локалним временима је:

Берн	одлазак 10:00	Лондон:	одлазак 11:30
Лондон	долазак 10:40	Берн:	долазак 14:10

Колико траје лет?

5. Милан иде колима на посао увек у исто време. Ако вози брзином x км/час закасни један минут, а ако вози брзином y км/час стиже један минут пре почетка. Колико је удаљено његово радно место?

РЕЗАЊЕ И ПРЕКРАЈАЊЕ ФИГУРА

1. На правоугаоној дасци нацртан је известан број правоугаоника са страницама паралелним ивицама. Могу ли се ти правоугаоници изрезати помоћу циркулара? Да су нацртани неки други објекти (на пример четвороугли) да ли би и они могли бити изрезани?

2. Колико се највише правоугаоника формата 1×4 може изрезати из квадрата 6×6 ? Резање је могуће паралелно ивицама квадрата.

3. Резањем и састављањем претвори

троугао у правоугаоник

правоугаоник у квадрат

произвољни четвороугао у квадрат

два квадрата у један.

4. Од правоугаоних летви 2џ7 и 3џ9 одсецањем и лепљењем саставити Л профил.

5. Резањем и састављањем докажи Питагорину теорему.

РЕБУСИ

1. Дешифрујте: $\begin{array}{r} **** \\ \underline{-***} \\ 1 \end{array}$ $\quad ***5:11=**$

$KOKA + KOLA = VODA$
$KOZA + KOZA = STADO$
$THIS + IS = EASY$
$5 \times EINS = FUNF$
$3 \times KWI\ GA = NAUKA$

ПОДАЈ - ПАША=ВОДЕ

НАТО +ГО+ХОМЕ=ПЕАЦЕ

2. Попуни мали судоку на слици .

а)

1	#	#	3
#	#	#	#
#	2	#	#
#	#	4	#

б)

1	2	#	#
#	#	#	#
#	#	3	#
3	#	#	1

Литература

1. Одабране стране из Математичког листа, ДМС 1988

2. МАТЕМАТИКА <Квант> дља младших школьников , Москва 1998

3. Дугошија, Величковић , Специјална збирка задатака за шести разред, Архимедес Београд 1999

4. Спивак А.В. 1001 задач по математике , Москва 2002

5. В.А. УФНАРОВСКИУ : Математическиу аквариум, Кишињев "Штиинца" 1987.

6. Канеџи-Белов, Ковалџи: Как решајут нестандартње задачи, МЦНМО 2001.

7. Г. Полуа : Хоњ то солве ит ,(Како ђу рјешити математички задатак) . Школска књига, Загреб