

**ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ**

# **РЕПУБЛИЧКИ СЕМИНАРИ 2015.**

**О НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА  
У ОСНОВНИМ И СРЕДЊИМ ШКОЛАМА**

**НИШ  
2015.**

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

11 000 Београд, Кнеза Михаила 35/IV

Телефон 011-3036 818

Факс 011-3036 819

[www.dms.org.rs](http://www.dms.org.rs)

drustvomatematicara@yahoo.com

РЕПУБЛИЧКИ СЕМИНАРИ 2015.

о настави математике и рачунарства

у основним и средњим школама

Организациони одбор:

др Александар Липковски

др Зоран Каделбург

др Синиша Црвенковић

др Владимир Јанковић

др Војислав Андрић

др Гордана Павловић Лажетић

Штампа: „ГРАФИКА ЛАВ“, Ниш

Тираж: 400 примерака

## ДРЖАВНИ СЕМИНАРИ 2015.

### о настави математике и рачунарства у основним и средњим школама

1. Сусрет професора математике и информатике Србије (једнодневни стручни скуп)
2. Државни семинар Друштва математичара Србије (бр. 250)

Семинари се одржавају 17. и 18. јануара 2015. године у хотелу у Нишу.

Семинари почињу пленарним скупом у суботу, 17. јануара 2014. у 11 сати у Свечаној сали Комплекса Видиковац, Мокрањчева 70, Ниш.

Семинари су акредитовани од стране Завода за унапређивање образовања и васпитања под наведеним бројевима, у оквиру програма стручног усавршавања запослених у образовању.

Сваки учесник семинара добија сертификат о савладаном програму у трајању од 16 часова (1+3×5) који му се признаје за лиценцу и напредовање у служби.

### ПРАТЕЋИ ДОГАЂАЈИ

У суботу за све време трајања семинара у ... организована је продајна изложба математичке литературе коју издају Друштво математичара Србије и други издавачи.

У суботу после завршетка рада послеподневних тема, од 18:30 у сали Комплекса Видиковац, Мокрањчева 70, се одржава редовна годишња Скупштина Друштва математичара Србије.

У суботу у 20:00 за заинтересоване учеснике Семинара организовано је Вече математичара у Комплексу Видиковац. Пријаве и уплате у износу од 1400,00 динара по особи (доплата за госте који су смештени у Комплексу Видиковац на бази пуног пансиона или полупансиона а имају укључену вечеру је 900,00 динара по особи) примају се на штанду ДМС у до 12 часова. У истом хотелу је обезбеђен смештај за учеснике семинара.

### ДОБИТНИЦИ ПОВЕЉА И ЗАХВАЛНИЦА

Повеље почасног члана:

академик проф. др Милосав Марјановић  
проф. др Ратко Тошић

Захвалнице за сарадњу:

Природно-математички факултет Универзитета у Нишу  
проф. др Славик Јаблан

## ПРОГРАМ СЕМИНАРА

**Субота, 17. јануар**

### ПЛЕНАРНИ ДЕО

**Свечана сала Комплекса Видиковац, Мокрањчева 70, Ниш**

11:00-11:45 Отварање семинара. Обраћање гостију. Додела захвалница и повеља. Пратећи уметнички програм.

11:45-12:30 Љубица Велимировић (Ниш): *"Облик површи у геометрији и примене"*,

12:30-13:00 Округли сто: *Садашњи тренутак српске просвете*. Модератор Александар Липковски

13:00-14:30 Пауза за ручак.

14:30-17:30 Послеподневни рад семинара (у Комплексу Видиковац и Гимназија "Бора Станковић")

После подне се учесници семинара распоређују по мањим групама и раде у оквиру тема које су пријавили. У суботу после подне сваки учесник прати једну тему. по сопственом избору. Рад се одвија од 14:30 до 17:30 сати, а свака тема траје четири школска часа. Распоред тема по салама биће објављен на лицу места. Од предавача ће добити штампане материјале, а на крају ће попунити анкетне листове и добити сертификате.

18:30 Скупштина Друштва математичара Србије у Комплексу Видиковац

20:00 Другарско вече, ресторан Комплекса Видиковац

**Недеља, 18. јануар, (у Комплексу Видиковац и Гимназија "Бора Станковић")**

У недељу се учесници семинара такође распоређују по мањим групама и раде у оквиру тема које су пријавили. Сваки учесник прати једну тему пре и једну после подне, по сопственом избору. Рад се одвија пре подне од 9:30 до 12:30 и после подне од 14:30 до 17:30 сати, а свака тема траје четири школска часа. Распоред тема по салама биће објављен на лицу места. Од предавача ће добити штампане материјале, а на крају ће попунити анкетне листове и добити сертификате.

Биће реализоване следеће четворочасовне теме:

### СУБОТА ПОСЛЕ ПОДНЕ

1. Зоран Каделбург (Београд): Неједнакости у основној школи
2. Владимир Балтић (Београд): Теорија бројева - дељивост, прости бројеви, конгруенције по модулу

3. Војислав Андрић, Иванка Томић, Вељко Ћировић, Мирослав Марковић, Сава Максимовић (Ваљево): Питагорина теорема у настави математике у основној школи
4. Вера Ивковић (Београд): Средњошколска матура – испит зрелости српске просвете
5. Мирослав Марић, Марија Радојичић (Београд): Примена образовних платформи у настави математике
6. Филип Марић (Београд): Савремени приступи почетној настави програмирања
7. Бранислав Поповић, Марија Станић (Крагујевац): Искуства са практичног дела испита за лиценцу
8. Раде Живаљевић (Београд): Жива математика

### **НЕДЕЉА ПРЕ ПОДНЕ**

9. Војислав Андрић (Ваљево): Индивидуализација наставе математике у старијим разредима основне школе
10. Владимир Балтић (Београд): Детаљан увид у исказни рачун са применама
11. Драгољуб Ђорђевић, Милосав Миленковић (Смедеревска Паланка): Апсолутне вредности у основној школи
12. Јован Кнежевић, Александра Равас, Нела Спасојевић (Београд): Шта ће то мени – квадратна функција?
13. Војислав Петровић (Нови Сад): Изабране теореме, примери и задаци
14. Ђурђица Такачи (Нови Сад): Динамичке особине програмског пакета *GeoGebra-e* у настави математике
15. Милена Марић (Београд): Језик Стереос и његова примена за израду стереометријских конструкција
16. Срђан Огњановић, Оливера Тодоровић (Београд): Од припреме часа до провере знања

### **НЕДЕЉА ПОСЛЕ ПОДНЕ**

17. Војислав Андрић (Ваљево): Проверавање и оцењивање у настави математике у средњој школи
18. Милан Живановић (Бајина Башта): Нестандардни задаци о кретању
19. Милош Арсенић (Београд): Међународно такмичење ученика из математике "Турнир градова"
20. Ђорђе Баралић (Београд): Инверзија – симетрија у односу на круг
21. Соња Шумоња, Весна Величковић (Ниш): Примена *GeoGebra-e* у настави математике
22. Милосав Миленковић, Драгољуб Ђорђевић (Смедеревска Паланка): Инверзне функције (средња школа)
23. Ангела Митић Младеновић (Лесковац): Групни рад у настави математике у средњој школи
24. Милорад Шуковић, Зоран Ловрен (Аранђеловац): Математичко моделирање у старијим разредима основне школе

## АПСТРАКТ ПЛЕНАРНОГ ПРЕДАВАЊА

Љубица Велимировић (Ниш, [lubicavelimirovic@yahoo.com](mailto:lubicavelimirovic@yahoo.com))

### ОБЛИК ПОВРШИ У ГЕОМЕТРИЈИ И ПРИМЕНЕ

У настави у школи се углавном изучавају и описују правилни облици сфере, праве, равни, кружнице, елипсе. Надаље се у Геометрији изучавају и произвољни облици криве, површи и многострукости.

У диференцијалној геометрији се облик криве описује кривином и торзијом, а облик површи Гаусовом, средњом кривином, оператором облика или енергијом, на пример Willmore енергијом површи.

Разматраћемо основне дефиниције и теореме у вези са обликом у диференцијалној геометрији. Такође ћемо разматрати варијацију геометријских величина при малим деформацијама.

Потреба за изучавањем облика површи и кривих се јавља у медицини, техници, компјутерској графичи и многим другим областима. Анализа облика површи представља важан сегмент у геометрији површи јер има велику примену у многим сферама као што су биометрија, медицина, грађевинарство, модерна архитектура, компјутерска графика.

Облик, као једна од суштинских карактеристика површи, има централну улогу у откривању, праћењу, класификацији и препознавању деформација. На пример, у медицини има веома важну улогу у анализи слике при проучавању биолошких варијација анатомских структура.

Разматрају се промене геометријских величина при савијању и инфинитезималним деформацијама. Биће поменути резултати аутора и сарадника Светислава Минчића, Миће Станковића, Марије Најдановић, Милана Златановића, Милице Цветковић и Николе Велимировића.

### Округли сто

#### САДАШЊИ ТРЕНУТАК СРПСКЕ ПРОСВЕТЕ

У данашњем турбулентном тренутку у Србији, просвета има, можда, највише проблема. Недовољно финансирање, лоши услови рада, претерана нормативизација, губитак ауторитета наставника, претерано уплитање родитеља, незаинтересованост ученика, насиље у школама, све то је само део проблема са којима се сви суочавамо и који доводе до штрајкова наставника. На округлом столу се предвиђа кратка дискусија о неким од тих проблема и предлагање неких акција. Модератор А. Липковски, председник ДМС.

## АПСТРАКТИ ЧЕТВОРОЧАСОВНИХ ТЕМА

### Субота после подне

Зоран Каделбург (Београд, [kadelbur@matf.bg.ac.rs](mailto:kadelbur@matf.bg.ac.rs))

#### НЕЈЕДНАКОСТИ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

У последње време се на такмичењима ученика псппвних школа све више појављују задаци из области које су раније биле тема искључиво на такмичењима средњошколаца. Једна од таквих области је свакако доказивање неједнакости. То пред наставнике који желе да своје ученике припреме за такмичења ступња вишег од почетних поставља не баш лак задатак, не само зато што се ради о градиву које се иначе не изучава у основној школи, већ и због специфичности таквих задатака. Наиме, ти задаци захтевају врло прецизно логичко закључивање, као и приличну технику и познавање великог броја разних неједнакости.

У оквиру наведене теме биће дат један могући приступ превазилажењу поменутих проблема. Сем неколико основних неједнакости које се користе у доказивању других, биће наведен и решен већи број задатака који су се у последњих десетак појављивали на такмичењима основаца, како домаћим, тако и на Јуниорским балканијадама.

Владимир Балтић (Београд, [baltic@fon.bg.ac.rs](mailto:baltic@fon.bg.ac.rs))

#### ТЕОРИЈА БРОЈЕВА - ДЕЉИВОСТ, ПРОСТИ БРОЈЕВИ, КОНГРУЕНЦИЈЕ ПО МОДУЛУ

Још од античких времена људе су занимала нека својства бројева. На пример, у Вавилону, хиљаду година пре Питагоре, математичари су знали како да систематски нађу Питагорине бројеве, тј. целе бројеве који чине странице правоуглог троугла.

У овом предавању ћемо увести основне појмове из теорије бројева као што су дељивост, највећи заједнички делитељ, просте и сложене бројеве, а затим ћемо прећи на конгруенције и њихове особине. Основни скупови који се разматрају су скуп природних бројева  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  и скуп целих бројева  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ , а основна релација је дељивост.

У првом делу даћемо дефиницију дељивости, затим ћемо навести и неке од основних особина ове релације, навешћемо разне критеријуме дељивости са неким од природних бројева. На крају ћемо увести појам остатка при дељењу (који ће имати главну улогу у трећем делу), дати алгоритам дељења и навести појмове највећег заједничког делиоца (НЗД) и најмањег заједничког садржаоца (НЗС) са њиховим најважнијим особинама.

У другом делу се бавимо простим и сложеним бројевима. Наводимо метод Ератостеновог сита, поступке за растављање на просте чиниоце и тражење НЗД и

НЗС и дајемо неке од најважнијих особина простих бројева (нпр. Основни став аритметике, Еуклидова теорема).

У трећем делу уводимо конгруенције по модулу, а природан разлог за то је што бројеви који дају исти остатак при дељењу бројем  $m$  имају мноштво заједничких особина. Одговарајућу нотацију увео је још Гаус у књизи "Disquisitiones arithmeticae", која је била објављена 1801. године, када је Гаусу било свега 24 године. Навешћемо и доказати велики број особина конгруенција.

Сва поглавља садрже велики број решених задатака, који се могу искористити и у редовној, а и у додатној настави.

**Војислав Андрић, Иванка Томић, Вељко Ћировић, Мирослав Марковић, Сава Максимовић (Ваљево, [voja.andric@gmail.com](mailto:voja.andric@gmail.com))**

## ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Једна од најзанимљивијих тема у настави математике у основним школама свакако је Питагорина теорема. Циљ овог четворостаног интерактивног програма је да се садржаји везани за Питагорину теорему у основној школи осветле са свих страна. У том смислу семинарска тема је конципирана као скуп следећих кратких радних садржаја:

1. Увод
  - Историјски осврт
  - Кратак историјат Питагорине теореме
  - Разни докази Питагорине теореме
  - Неколико најзанимљивијих доказа Питагорине теореме
2. Како уводимо ученике у Питагорину теорему?
  - Легенда о томе како је Питагора открио познату релацију
  - Приступ 1: Од мозаика, преко уочавања законитости до теореме и геометријског доказа преко површина
    - Приступ 2: Од директног представљања теорема ка детаљним објашњењима појмова и њихових међусобних веза
    - Примери приступа које предлажу учесници семинара
3. Најчешће методичке дилеме везане за реализацију Питагорине теореме
  - Суштина или форма (стална примена или формула)?
  - Бројеви или површина?
  - Значај обрнуте теореме
  - Дилеме које изложе учесници семинара
4. Како организујемо редовну наставу у овину наставне теме "Питагорина теорема"?
  - Образовни стандарди за "Питагорину теорему"
  - Наставни план
  - Припреме за наставу
  - Коментари учесника семинара
5. Како организујемо допунску наставу у овину наставне теме "Питагорина теорема"?
  - Основни ниво образовних стандарда



- Шта основни ниво конкретно подразумева
  - Примери које треба реализовати на основном нивоу
  - Коментари учесника семинара
6. Како организујемо додатну наставу у овире наставне теме "Питагорина теорема"?
    - Класичан приступ задаци – решења
    - Тематски приступ
    - Примена Питагорине теореме на троугао и четвороугао
    - Херонова формула и примене
    - Неке примене обрнуте Питагорине теореме
    - Питагорина теорема и конструктивни задаци
    - "Сабирање" површина
    - Разна уопштења Питагорине теореме
    - Коментари учесника семинара
  7. Контролна вежба везана за Питагорину теорему
    - Класичан модел
    - ЛСТ модел
    - Комбинован модел
    - Коментари учесника семинара
  8. Писмени задатак везан за Питагорину теорему
    - Класичан модел
    - ЛСТ модел
    - Комбинован модел
    - Коментари учесника семинара
  9. Како "негујемо" садржаје везане за Питагорину теорему у наредном периоду?
    - Значај "неговања"
    - Питагорина теорема и полиноми (алгебарски докази)
    - Примена Питагорине теореме на шестоугао, осмоугао и дванаестоугао
    - Примена Питагорине теореме на круг
    - Питагорина теорема на координатној мрежи
    - Питагорина теорема и сличност
    - Примена Питагорине теореме у стереометрији
    - Разна уопштења Питагорине теореме
    - Питагорини бројеви
    - Херонови бројеви
    - Коментари учесника семинара
  10. Литература
  11. Закључна разматрања

Овако конципирана тема подрумева да се о најважнијим садржајима води дебата, а о осталим предложеним темама укаже само на најважније појединости. Због тога се најављује и богат избор материјала везаних за увођење ученика у садржаје о Питагорини теореме и експлоатацију Питагорине теореме у даљем образовању ученика. У том смислу ће наговештени материјали бити постављени на Интернет и на тај начин доступни свим учесницима семинара заједно са списковима најинтересантније литературе и најзанимљивијих електронских адреса.

Вера Ивковић (Београд, [vivkovic21@yahoo.com](mailto:vivkovic21@yahoo.com))

## СРЕДЊОШКОЛСКА МАТУРА – ИСПИТ ЗРЕЛОСТИ СРПСКЕ ПРОСВЕТЕ

"Образовање је најјаче оружје које можете користити да промените свет."

Нелсон Мендела

У чекању реформе образовања у Србији претражила сам сајтове десетак земаља у потрази за начином полагања матурских испита. Такође ћу приказати и задатке са матурског испита у мојој школи (Осма београдска гимназија).

Критеријуми за избор земаља су били:

- сличност језика
- културолошка сличност
- квалитет образовања

Земље сам поделила у следеће групе:

### **Земље бивше СФРЈ:**

Македонија, Хрватска, Словенија

### **Земље Европске уније:**

Пољска, Бугарска, Италија и Француска

### **Земље на истоку:**

Русија и Белорусија

**Земље из Азије**, као најуспешније на тестирању – Сингапур, што је истовремено и британски модел (Кембриц) и Израел.

Закључци овог малог истраживања су:

- Све "озбиљне" земље имају матурски испит
- Испит је веома детаљно планиран
- Захтеви у задацима су директно пропорционални богатству земље
- Два нивоа постоје само у сиромашнијим земљама које су други "реформисали"
- Скоро у свим тестовима постоје задаци из вероватноће
- Дозвољене су формуле и употреба калкулатора

У прилогу су задаци из Словеније, Македоније, Хрватске, Бугарске, са Кембрица. Матурски испити у осталим земљама биће приказани у презентацији због уштеде материјала, али и превода.

Литература:

- [http://www.ric.si/splosna\\_matura/](http://www.ric.si/splosna_matura/)
- [www.ncvvo.hr](http://www.ncvvo.hr)
- Државен испитен центар Македонија
- $\Sigma$  – zadania.pl
- <http://smb-pleven.hit.bg>
- Математика за всеки – Бугарска
- Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
- Esame di stato
- <http://www.cie.org.uk>
- <http://www.lemonde.fr/mmpub/edt/>

"Образовани се разликују од необразованих колико се живи разликују од мртвих."

Аристотел

Молимо Вас да попуните и, по завршетку семинара, предате следећу АНКЕТУ:

1. Да ли сматрате да је потребно увести матуру у Србији?

ДА НЕ

2. Који од приказаних модела мислите да би највише одговарао?

\_\_\_\_\_ или неки други \_\_\_\_\_

3. Да ли мислите да је могуће спровести матуру у Србији у наредних пет година?

ДА НЕ

**Мирослав Марић, Марија Радојичић (Београд, [maricm@matf.bg.ac.rs](mailto:maricm@matf.bg.ac.rs))**

### **ПРИМЕНА ОБРАЗОВНИХ ПЛАТФОРМИ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ**

Учесници ће имати прилику да се упознају са образовним платформама „Е-збирка“ и „Завршни испит“, прилагођеним домаћем образовном систему. Детаљно ће бити описана намена наведених образовних платформи и приказане могућности које пружају, а након излагања учесници ће бити оспособљени да их активно користе. Циљ је да се наставницима пружи прилика да могућности платформи прилагоде сопственим потребама као и специфичностима циљне групе са којом раде и наставе коју изводе. Кроз интерактиван рад учесници ће бити оспособљени и да креирају слике и аплете коришћењем софтвера ГеоГебра. Овај софтвер одликује једноставност и јасан алгебарско-геометријски приказ. Идеја је да се направи веза између различитих образовних софтвера са циљем да учесници овладају вештинама које им омогућавају прилагођавање електронских наставних материјала потребама часа. Током излагања биће презентована и идеја отворених образовних ресурса као и „EdX“ платформа која омогућава њихово креирање и постављање.

**Филип Марић (Београд, [filipmatfbgacrs@gmail.com](mailto:filipmatfbgacrs@gmail.com))**

### **САВРЕМЕНИ ПРИСТУПИ ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ ПРОГРАМИРАЊА**

Наставни план и програм за трећи разред гимназије у Србији предвиђа класичан, "одоздо-навише" приступ у почетној настави програмирања. Фокус је стављен на програмски језик и настава тече кроз поступно, али веома детаљно увођење елемената програмског језика. Тако се већ при првом увођењу типова података детаљно говори о различитим бројевним типовима, о логичком типу, знаковном типу, низовном и набројивом типу, па чак и о класама. Након тога, предвиђено је упознавање са изразима и операторима, да би се тек онда први пут увеле наредбе (па и наредба доделе). Без наредбе доделе практично није могуће написати програм, тако да се дословним спровођењем наставног плана и програма долази до тога да ученици морају да веома детаљно савладају веома дубоке програмерске концепте, пре него што су у могућности да напишу свој први програм. Приступ "одоздо-навише" прати се током целе године, тако да се

наредбе за организацију циклуса уводе веома касно (обично тек у другом полугодишту). Јасно је да су циклуси неопходни да би се могли изразити иоле интересантнији алгоритми, тако да право алгоритамско размишљање, које треба да буде у фокусу овог предмета, почиње веома касно.

Са друге стране, прегледом савремених трендова почетне наставе програмирања, примећује се прилично другачији приступ. Приступ је "одозго-наниже", програмски језик је скрајнут и у почетку се излаже веома површно. У многим случајевима користе се специјални, дијаграмски језици (MIT Scratch, Blockly), да би се прави програмски језик увео тек у каснијим фазама наставе. Овим се алгоритамско размишљање ставља у први план. Уместо да први програми крећу од језичких примитива (као што је нпр. програм који сабира два унета броја), први програми се по правилу заснивају на богатим библиотекама унапред припремљеног кода и самим тиме могу да буду много инспиративнији и занимљивији ученицима - уместо традиционалних, математичких задатака, обично се на почетку програмирају мале игре у којима се нека фигура (нпр. робот) води кроз лавиринт и ученик има задатак да алгоритамски опише његово жељено кретање.

У овом предавању биће приказани и анализирани ови донекле супротстављени приступи. С обзиром на то да су наставници углавном упознати са приступом "одоздо-навише", нагласак ће бити стављен на приступ "одозго-наниже" и на опис едукативних платформи које се у нашим средњим школама још не користе у значајнијем обиму: Blockly (<https://code.google.com/p/blockly/>), An hour of code (<http://learn.code.org>), MIT/Scratch (<http://scratch.mit.edu/>), Karel ([http://en.wikipedia.org/wiki/Karel\\_\(programming\\_language\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Karel_(programming_language))). Такође, биће размотрена употреба језика Python и пратећи библиотека, који је у последње време у свету изразито популаран у почетној настави програмирања. Биће анализирани предности и мане оба приступа, разматрајући да ли је потребно и могуће њихово евентуално обједињавање. Биће приказан низ припремљених програма на платформи Lazarus/Delphi (и даље у најзаступљенијој у нашим средњим школама), који покушавају да помире оба поменута приступа настави.

**Бранислав Поповић, Марија Станић (Крагујевац, [bpopovic@kg.ac.rs](mailto:bpopovic@kg.ac.rs), [staniem@kg.ac.rs](mailto:staniem@kg.ac.rs))**

## ИСКУСТВА СА ПРАКТИЧНОГ ДЕЛА ИСПИТА ЗА ЛИЦЕНЦУ

Кроз ово предавање аутори, који су уједно и председници комисија за полагање испита за лиценцу професора математике у основним и средњим школама, ће пренети слушаоцима своја вишегодишња искуства са практичног дела тог испита

У првом делу предавања ће бити изложени формални садржаји тог испита (1. час). Посебна пажња (2. и 3. час) биће посвећена методичкој анализи одабраних примера одржаних часова. Ти часови често нису били ни идеално припремљени, а ни идеално одржани. На крају (4. час) ће бити дат низ практичних упутстава за кандидате који се припремају за полагање испита за лиценцу, као и за менторе у школама који су задужени да прате рад професора без лиценце.

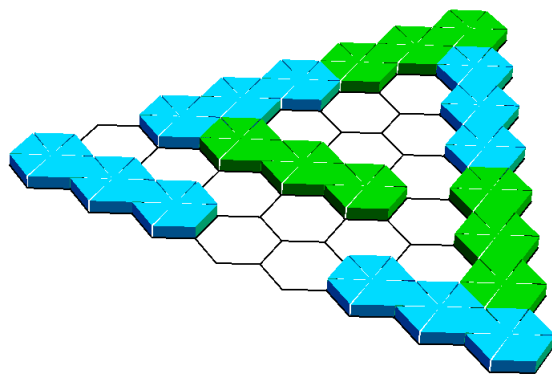
Раде Живаљевић (Београд, [rade@mi.sanu.ac.rs](mailto:rade@mi.sanu.ac.rs))

## ЖИВА МАТЕМАТИКА

Пројекат „Жива математика“ се бави истраживањима нових метода у настави математике које час математике могу да учине садржајнијим и занимљивијим. Предавања се ослањају на искуства истоименог пројекта „Жива математика“ посвећеног популаризацији математике и увођењу младих у научни рад (Математички институт САНУ, Центар за промоцију науке).

Наслови тематских целина

1. Похвала троуглу
2. Алгебра и комбинаторика полиомино поплочавања
3. Полиедри и вируси
4. Математичке актуелности и занимљивости
  - (а) Математика за 21. век!
  - (б) Зашто се математичар и за сламку хвата
  - (ц) Математика у литератури (Ian McEwan, Sweet Tooth)
  - (д) Математика и стварност (Model Oriented Realism)



У првој теми се бавимо метричким и комбинаторним својствима троуглова и многоуглова у равни и у простору. Триангулација је метод којим се свака површ добија као „колонија троуглова“ а основно тврђење о триангулацијама је тзв. Шпернерова лема. У другој теми се показује како се дељење полинома појављује као метод за анализу (тежинских, полиомино) поплочавања (једно од њих је приказано на слици). Трећа тема је синтеза претходне две са илустрацијима из света вируса. Последња „омнибус“ тема је позив на разговор и коментар о неким математичким занимљивостима и новостима. Детаљнији приказ тема ће бити доступан на адреси:

<http://www.rade-zivaljevic.appspot.com/ziva-matematika/index.html>

## Недеља пре подне

Војислав Андрић (Ваљево, [voja.andric@gmail.com](mailto:voja.andric@gmail.com))

### ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЈА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ У СТАРИЈИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Не треба бити много упућен у проблеме образовања да би се закључило да у наставној пракси не постоје два једнака одељења и да у оквиру једног одељења не постоје два ученика са истим склоностима и способностима. Ту чињеницу не може занемарити ни настава математике, јер је евидентно да постоје индивидуалне разлике у знањима и способностима ученика уопште, а посебно када су у питању способности за изучавање математичких садржаја.

Поставља се питање како решити проблем евидентних индивидуалних разлика између ученика, поготову ако се у обзир узме податак да је настава математике најчешће усмерена ка виртуелном - просечном ученику?

Једно од најбољих решења је индивидуализација наставе математике, тј. давање могућности сваком ученику да до максимума реализује своје интелектуалне и математичке способности. Индивидуализирана настава је најефикаснији облик наставе, јер је то облик наставе који у потпуности уважава ученикове способности и прати темпо којим ученик овладава предвиђеним наставним садржајима.

Иако је одговор на постављено питање био доста једноставан, реализација индивидуализиране наставе математике није ни мало лак посао и циљ овог четворочасовног рада је да се кроз активну размену искустава са наставницима дође до заједничких закључака о најважнијим информацијама, могућностима и идејама које наставницима стоје на располагању приликом индивидуализације наставног рада.

У уводном делу рада дају се педагошко-психолошке основе индивидуализиране наставе, а затим се прелази на радионичарски рад у коме се третирају могућности индивидуализације у редовној, додатној настави и слободним активностима. Конкретно у интерактивном раду са наставницима биће приказане могућности индивидуализације редовне наставе коришћењем додатних захтева, модели "степенасте" индивидуализације и модели индивидуализације контролних вежби, писмених задатака и других облика проверавања. У делу који се односи на индивидуализацију додатне наставе биће речи о индивидуалном раду на тексту, самосталном решавању проблема, решавању конкурсних задатака и припремама за математичка такмичења. На крају рада презентирају се неке могућности коришћења савремених информатичких технологија, посебно Интернета, у индивидуализацији наставног процеса.

Владимир Балтић (Београд, [baltic@fon.bg.ac.rs](mailto:baltic@fon.bg.ac.rs))

### ДЕТАЉАН УВИД У ИСКАЗНИ РАЧУН СА ПРИМЕНАМА

Исказни рачун представља прву методичку јединицу која се обрађује у средњој школи. Због тога је од изузетног значаја како ће се она обрадити, јер то утиче на почетно успостављање везе са новим ученицима. Не треба инсистирати на сувопарним математичким дефиницијама и поступцима, него комбиновати задатке вештином мађионичара да би се одржала заинтересованост ученика и пробудило њихово интересовање за математику!

Прво ћемо навести појмове исказа, исказних операција, таутологија и контрадикција, навести велики број познатих таутологија (са њиховим именима), а затим описати четири поступка за испитивање да ли је нека формула таутологија (контрадикција) или није:

- Помоћу таблице истинитости;
- Коришћењем познатих таутологија;
- Супротном претпоставком (свођењем на апсурд);
- Дискусијом по слову.

У другом делу ћемо илустровати примене исказног рачуна (на логичко-комбинаторне задатке, теорију скупова и електричне шеме). Ту ћемо користити методе уведене у претходном делу.

У трећем делу ћемо дати и мало градива које излази ван оквира средњошколске математике, али сваки наставник и професор треба да буде упознат и са материјом из сваке области која се ради на следећем ступњу школовања. Овде ћемо дати елементарни увод у Булове функције са применама на представљање формула у савршеној дисјунктивној и конјунктивној нормалној форми (СДНФ и СКНФ).

Сва поглавља садрже велики број занимљивих задатака, међу којима се јављају и неки који су били на такмичењима.

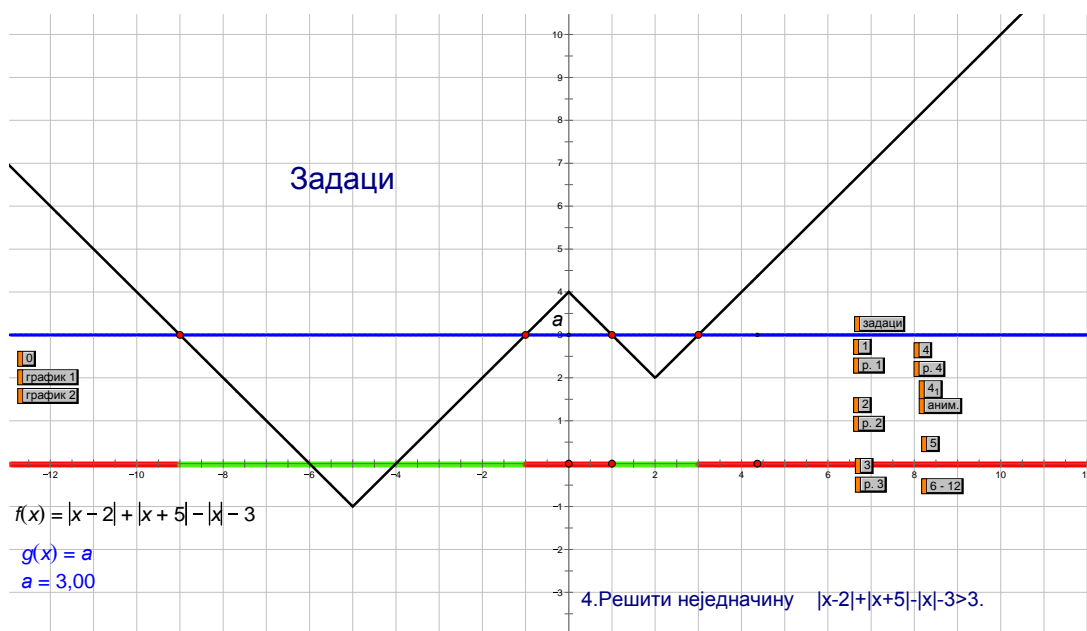
**Драгољуб Ђорђевић, Милосав Миленковић (Смедеревска Паланка, [dragoljub64@gmail.com](mailto:dragoljub64@gmail.com); [mstefan2@verat.net](mailto:mstefan2@verat.net))**

## АПСОЛУТНЕ ВРЕДНОСТИ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Апсолутна вредност је један од математичких појмова који најчешће нису у довољној мери усвојени код највећег броја ученика у основним школама. Разлози су веома различити, од тога што се можда прерано уводи апстрактан појам апсолутне вредности већ у шестом разреду, до тога да се можда треба променити приступ код наставника који често одмах строго математички, по дефиницији уводе и користе овај појам који ученицима остаје нејасан.

Настава математике у основној школи и поред све моћнијих, а релативно јефтених рачунара који се могу користити у настави, се најчешће изводи на традиционалан начин, излагањем које се базира на коришћењу табле и креде. Такав вид наставе је један од разлога смањеног интересовања ученика за наставни процес. Одговарајућа употреба савремене ИТ технологије може учинити наставни процес математике интересантнијим и атрактивнијим. Пре свега, ту је могућност визуелизације тог процеса.

Циљ ове теме је управо да на један избалансиран начин, постепеним увођењем кроз примере и формалним дефинисањем појма апсолутне вредности допринесе већем разумевању од стране ученика. Коришћењем савремених наставних метода могуће је на основу искуства аутора ове теме повећати пре свега интересовање код ученика и самим тим и ниво постигнућа.



Јован Кнежевић, Александра Равас, Нела Спасојевић (Београд, [jovanduke@gmail.com](mailto:jovanduke@gmail.com))

### ШТА ЋЕ ТО МЕНИ – КВАДРАТНА ФУНКЦИЈА?

Низ предавања који у својој поставци креће од општег места – ученичког питања „шта ће то мени“ које је својевремено, према легенди, доживео и Еуклид – ове године се у измењеном облику бави наставном темом квадратне функције. Поред низа примера из стварног живота којима би професори можда бар делимично могли задовољити радозналост својих ђака, биће представљен и избор задатака које би било добро урадити на часовима како би тема била квалитетно обрађена у школи, уз неизбежне коментаре о искуствима из праксе.

Војислав Петровић (Нови Сад, [vojpet@gmail.com](mailto:vojpet@gmail.com))

### ИЗАБРАНЕ ТЕОРЕМЕ, ПРИМЕРИ И ЗАДАЦИ

Ово ће бити приказ једне колекције теорема, примера и задатака из различитих области елементарне математике који привлаче пажњу, па и фасцинирају својим садржајима односно решењима (доказима).



Ђурђица Такачи (Нови Сад, [djtak@dmi.uns.ac.rs](mailto:djtak@dmi.uns.ac.rs))

### ДИНАМИЧКЕ ОСОБИНЕ ПРОГРАМСКОГ ПАКЕТА *GEOGEBRA-E* У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Употреба рачунара у данашње време доприноси у великој мери примени процеса математичког моделирања, посебно у настави. Рачунари се примењују у свим фазама и прелазима из фазе у фазу у току целокупног круга математичког моделирања.

У току рада планирамо да прикажемо нови методски приступ-моделирање **коришћењем динамичких особина пакета *GeoGebra* приликом обраде различитих наставних садржаја из математике.**

У складу са могућностима планира се радионица, где ће **свако** по жељи, моћи да припреми обраду једне наставне јединице и прикаже нам свој рад.

Акценат ће бити на коришћењу динамичких особина пакета

Милена Марић (Београд, [milena.maric.f@gmail.com](mailto:milena.maric.f@gmail.com))

### ЈЕЗИК СТЕРЕОС И ЊЕГОВА ПРИМЕНА ЗА ИЗРАДУ СТЕРЕОМЕТРИЈСКИХ КОНСТРУКЦИЈА

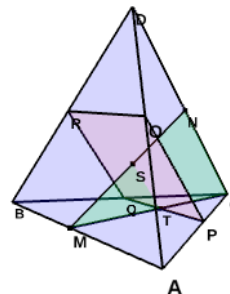
У оквиру овог излагања учесници ће бити упознати са основним концептима језика Стереос. Језик Стереос намењен је за израду стереометријских конструкција. Може се користити у настави стереометрије како у основној тако и у средњој школи. Учесници ће се са овим софтвером упознати кроз израду конкретних стереометријских конструкција које се изучавају у школама. Поред упознавања са софтвером, разматраћемо и неколико методичких аспеката коришћења оваквих алата у настави геометрије, као и како се 3д анимације могу интегрисати у једну интернет страницу. Софтвер се може видети на адреси <http://stereos.co.nr/> (аутор језика Стереос је Филип Марић, доцент Математичког факултета у Београду).

Детаљ направљен коришћењем језика Стереос:

Дат је тетраедар  $ABCD$  ивице  $a$ . Нека су  $M$  и  $N$  редом средишта ивица  $AB$  и  $CD$  и  $S$  средиште дужи  $MN$ . Раван  $\alpha$ , која садржи тачку  $S$  и паралелна је ивицама  $AB$  и  $CD$  сече тетраедар. Одредити површину пресека тетраедра и равни  $\alpha$ .

**Решење:** Означимо пресечне тачке равни  $\alpha$  која садржи тачку  $S$  и паралелна је са дужима  $AB$  и  $CD$  и страница  $AC, BC, BD, AD$  редом са  $PQRO$ . Пресек равни  $\alpha$  и тетраедра је квадрат  $PQRO$  (1). **Прикажи** Странице овог квадрата су средње линије одговарајућих страна тетраедра. Ако је дужина странице тетраедра  $a$ , онда је дужина странице квадрата  $\frac{a}{2}$  (2). Дакле, површина пресека је:

$$P_{\alpha} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}.$$



**Решење:**  $P_{\alpha} = \frac{a^2}{4}$

Образложење решења - теорија:

Срђан Огњановић, Оливера Тодоровић (Београд, [otodorovico@gmail.com](mailto:otodorovico@gmail.com))

### ОД ПРИПРЕМЕ ЧАСА ДО ПРОВЕРЕ ЗНАЊА

Добро осмишљен и припремљен час омогућава успешну реализацију часа, повећану мотивисаност ученика, лакше усвајање градива, а самим тим и виши ниво постигнућа ученика.

Радионица *Од припреме часа до провере знања* реализоваће се кроз неколико тематских целина:

1. Како се припремити за час? Које ресурсе користити? Да ли треба и како писати припрему часа? У којој мери треба пратити образовне стандарде? Како изабрати одговарајући уџбеник и како га користити у настави? Ово су само нека од питања о којима ће се дискутовати у првом делу радионице.
2. Да ли у настави математике можемо да користимо неке иновативне методе? Како осмислити час који се разликује од уобичајеног (фронталног рада)? Ова тема се реализује кроз размену примера добре праксе и дискусију учесника.
3. Како евалуирати свој рад? Када је то потребно? И ова тема се реализује кроз размену искуства и дискусију учесника и радионичарског рада у којем учесници осмишљавају евалуациони листић.
4. Провера усвојеног знања, контролне вежбе. Како креирати контролну вежбу? Ова тема се реализује кроз размену примера добре праксе и дискусију учесника и радионичарског рада у којем учесници креирају контролне вежбе. У овом делу ће такође бити речи о образовним стандардима и њиховој примени.
5. Анализа сопственог рада. Ова тема се реализује кроз размену искуства и дискусију учесника.

За сваку од тема у оквиру радионице *Од припреме часа до провере знања* припремљен је материјал који ће полазницима да користи као основа за рад и полазна тачка о којој може да се дискутује.

## Недеља после подне

Војислав Андрић (Ваљево, [voja.andric@gmail.com](mailto:voja.andric@gmail.com))

### ПРОВЕРАВАЊЕ И ОЦЕЊИВАЊЕ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У СРЕДЊОЈ ШКОЛИ

Један од значајних проблема у настави математике је проверавање стечених знања и оцењивање постигнућа ученика.

Циљ ове четворочасовне теме је да кроз организован интерактивни рад учесника расветли најважнија питања везана за проверавање математичких знања које ученик поседује и вештина којима је овладао, као и нумеричко процењивање укупних достигнућа ученика.

У том смислу посебна пажња ће бити посвећена значају проверавања и оцењивања ученика у настави математике и наставним стандардима који су основ за квалитетан процес проверавања и оцењивања ученика.

Значајан део интерактивног рада ће бити усмерен на облике проверавања ученика у настави математике са конкретним практичним освртом на домаће задатке, кратка, петоминутна проверавања, контролне вежбе, писмене задатке, тестове знања и остале облике проверавања и неким аспектима диференцираног приступа овој проблематици.

Осетљивост проблема оцењивања ученика биће илустрована превасходно кроз три конкретна питања везана за објективизацију процеса оцењивања: бодовање задатака, форму-лисање скале за оцењивање и пондерисање појединих облика проверавања.

Посебан простор даће се садржајима везаним за неке могућности примене савремене компјутерске технологије у процесу проверавања и оцењивања ученика у фази израде, презентације, меморисања, обраде и објављивања резултата, као и у другим сегментима проверавања и оцењивања ученика.

Резиме теме је планиран као осврт на стално праћење рада ученика, њихових знања и постигнућа и анализу и синтезу многобројних информација које се кроз процес проверавања и оцењивања ученика добијају.

Укупна активност учесника семинара ће бити организована кроз рад у паровима, мањим групама и размену мишљења и попуњавање два кратка упитника (једног на почетку, а другог на крају рада) .

Милан Живановић (Бајина Башта, [mzivanovic@vaspks.edu.rs](mailto:mzivanovic@vaspks.edu.rs))

### НЕСТАНДАРДНИ ЗАДАЦИ О КРЕТАЊУ

Приликом указивања на могућности примене одређених математичких садржаја обично се на часовима презентују устаљени карактеристични задаци. При томе се од ученика на часовима и у домаћим задацима најчешће тражи да увежбају рутину тих презентованих примера. На тај начин се стварају стереотипне ситуације математичког учења које занемарају развој креативности,

самосталности и логичког мишљења те доводе до пада мотивисаности за рад даровите деце. Због тога је потребно да се у домаћим задацима, а и у редовној настави разним видовима индивидуализације, унесу проблемски садржаји који ће од ученика захтевати већу ангажованост у тражењу скривених веза између научног и проблема са којим се срећу. Задатке са таквим проблемима обично зовемо нестандартним. Циљ овог четворочасовног курса је да прикаже неке врсте нестандартних текстуалних задатака кретања и могућности њиховог решавања.

Као репрезентативан пример наводи се следећи задатак: Мотоциклиста, бициклиста и пешак се крећу истим путем константним брзинама у истом смеру. Када је бициклиста стигао пешака, мотоциклиста је био 6 км иза њих. Када је мотоциклиста стигао бициклисту пешак је остао 3 км иза њих. Колико је било растојање између пешака и бициклисте када је мотоциклиста стигао пешака?

Позивају се такође, колеге, заинтересоване за активно учешће у раду семинара, да своје примере занимљивих задатака пошаљу на мејл [mzivanovic@vaspks.edu.rs](mailto:mzivanovic@vaspks.edu.rs).

Милош Арсеновић (Београд, [arsenovic@matf.bg.ac.rs](mailto:arsenovic@matf.bg.ac.rs))

### МЕЂУНАРОДНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА ИЗ МАТЕМАТИКЕ "ТУРНИР ГРАДОВА"

Прилазаћемо специфичности такмичења „Турнир градова“ у односу на остала такмичења ученика основних и средњих школа, описати историјат и организацију такмичења. Највећи део излагања ће бити посвећен задацима са самог такмичења, како онима на квалификационом делу, тако и онима на завршној Конференцији Турнира.

Ђорђе Баралић (Београд, [djbaralic@mi.sanu.ac.rs](mailto:djbaralic@mi.sanu.ac.rs))

### ИНВЕРЗИЈА – СИМЕТРИЈА У ОДНОСУ НА КРУГ

На предавању ћемо упознати једно лепо и важно геометријско пресликавање и његове особине. Инверзији је данас у настави математике (као и геометрији уопште) посвећено веома мало пажње, чак и у додатној настави и припреми за математичка такмичења. Ово пресликавање је пример инволуције која није изометрија и при коме се праве не морају пресликавати у праве, нити кругови у кругове, као што је то случај са хомотетијом и сличношћу. Разуметвање геометријских својстава инверзије омогућава битно лакше усвајање садржаја комплексне анализе и апстрактне математике које се изучавају на студијама математике и технике. Зато је циљ овог предавања да слушаоци освеже знања о инверзији и да се ослободе првог некомотног осећаја који се неретко јавља при раду са овом неспецифичном врстом симетрије и брзо, једноставно и на елементаран начин прихвате инверзију онако како прихватамо осну симетрију, ротацију или централну симетрију. Главна алатка коју ћемо користити је динамички геометријски софтвер *Cinderella* и на директан начин ћемо илустровати како се помоћу њега може обрадити ова захтевна тема.

Предавање би се одвијало по следећем плану, уз интензивну дискусију и заједнички рад са учесницима:

1. Дефиниција и основна својства инверзије. Конформна пресликавања. Сlike геометријских објеката при инверзији.
2. Веза између дужина дужи пре и после инверзије. Птоломејеве теореме за тетивни четвороугао.
3. Брокарова теорема за тетивни четвороугао. Фојербахова теорема о додирним тачкама уписаног и Ојлеровог круга троугла.
4. Специфичне инверзије. Концентрични кругови. Нормални кругови. Папосова теорема и Архимедов нож.
5. Примена инверзије у конструктивним задацима. Аполонијеви проблеми о круговима.
6. Примери елегантних решења задатака са математичких такмичења помоћу инверзије.

Предавање је намењено свим љубитељима геометрије, математичких такмичења и геометријског софтвера *Cinderella*.

Соња Шумоња, Весна Величковић (Ниш, [ssumonja@gmail.com](mailto:ssumonja@gmail.com), [vvesna@BankerInter.net](mailto:vvesna@BankerInter.net))

## ПРИМЕНА „ГЕОГЕБРЕ“ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

ГеоГебра<sup>1</sup> је софтвер за динамичку математику, који олакшава све аспекте образовног процеса у основној и средњој школи, како кроз визуелизацију, тако и коришћењем CAS (Computer Algebra System) прозора за симболички прорачун. GeoGebra је „open source“, а може се користити на десктоп и лаптоп рачунарима, смартфонима и таблетима, као и директно online. Преносна верзија је такође доступна.

ГеоГебра не замењује наставника, већ му омогућава да боље планира и остварује своје часове. Наставници који користе ГеоГебру су део глобалне математичке заједнице, а то им омогућава да користе већ постојеће материјале са GeoGebraTube<sup>2</sup> као и да сарађују на изради нових наставних материјала заједно са колегама широм света. Коришћење ГеоГебре је у складу са *Смерницама за унапређивање улоге информационо-комуникационих технологија у образовању*<sup>3</sup>, јер ученике едукујемо за самостални рад и припремамо за учење нових вештина по концепту целоживотног учења, а предавања наставника теже хибридној настави.

ГеоГебра пружа интерактивност која омогућава ученицима усвајање математичких концепата на потпуно нови начин, визуелизацијом садржаја. Ученици могу видети математички објекат, експериментисати променом

---

<sup>1</sup> <http://geogebra.org/>

<sup>2</sup> <http://www.geogebraTube.org/>

<sup>3</sup> [http://www.nps.gov.rs/wp-content/uploads/2013/12/SMERNICE\\_final.pdf](http://www.nps.gov.rs/wp-content/uploads/2013/12/SMERNICE_final.pdf)

параметара, посматрати мењање самог објекта и готово стећи осећај да га могу додирнути.

На овом семинару указаћемо на могућности које ГеоГебра пружа, кроз коришћење алата у менију, у дводимензионалном и тродимензионалном прозору (који је доступан од септембра 2014). Проћићемо кроз све кораке у коришћењу ГеоГебре, од инсталације па до самосталне израде великог броја примера учесника семинара.

**Милосав Миленковић, Драгољуб Ђорђевић (Смедеревска Паланка, [mstefan2@verat.net](mailto:mstefan2@verat.net), [drdrdale@open.telekom.rs](mailto:drdrdale@open.telekom.rs))**

### **ИНВЕРЗНЕ ФУНКЦИЈЕ (СРЕДЊА ШКОЛА)**

У плановима и програмима математике у нашим средњим школама налазе се елементарне и њима инверзне функције. Одавде логично следи да се инверзне функције детаљно проучавају у средњим школама. Међутим, фактичко стање је да се у неким школама недовољно пажње посвећује инверзним функцијама, посебно инверзним тригонометријским функцијама.. Не дефинишу се прецизно па је неминовно да и ученици често дају погрешне одговаре на питања: „Да ли функција  $y = \sin x$ ,  $x \in R$  има инверзну?“, „Колико је  $\arccos(\cos x)$ ?“... Један од разлога оваквог стања је мало времена које је у средњошколској настави предвиђено за обраду инверзних функција. На факултетима се пак претпоставља да су елементарне функције и њима инверзне научене у потпуности у средњој школи.

Циљ овог излагања је да се наставници упуте како би се попунила поменута, честа празнина у средњо-школском математичком образовању, што је даље од значаја за све оне ученике који ће ићи на студије математике, физике, технике... У овом излагању акценат је на примени рачунара при дефинисању инверзних функција, посебно инверзним тригонометријским функцијама, решавању задатака везаних за инверзне функције, визуелизацији и анимацији које су од великог значаја за модерне и ефикасне методе извођења наставе и подизања нивоа математичког образовања.

**Ангела Митић Младеновић (Лесковац, [angelamm72@live.com](mailto:angelamm72@live.com))**

### **ГРУПНИ РАД У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У СРЕДЊОЈ ШКОЛИ**

Облици рада у настави математике. Осврт на фронтални рад, рад у пару и рад у групи. Формирање група. Предности и мане групног рада. Примери часова са групним радом. Методе рада на часу. Индуктивно и дедуктивно закључивање у математици. Учење путем открића. Анализа и дискусија. Обрада функција у првом и другом разреду средње школе (линеарна, степене, квадратне, експоненцијална, логаритамска, тригонометријске). Серија сценарија за активно учење и примену групног рада, уз коментаре о искуствима из праксе.

Милорад Шуковић, Зоран Ловрен (Аранђеловац, [sukiaca@sezampro.rs](mailto:sukiaca@sezampro.rs))

## МАТЕМАТИЧКО МОДЕЛИРАЊЕ У СТАРИЈИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

### ◆ МОТИВАЦИЈА

Према важећим програмима наставе математике за основну школу у Републици Србији, циљеви наставе математике, између осталих, су : • да ученици усвоје елементарна математичка знања која су потребна за схватање појава и законитости у природи и друштву • да оспособи ученике за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе • стицање основне математичке културе потребне за сагледавање улоге и примене математике у различитим подручјима човекове делатности (**математичко моделирање**), за успешно настављање образовања и укључивање у рад.

### ◆ МОДЕЛ. МОДЕЛИРАЊЕ

Појам модела је познат ученицима основне школе: физички модели ( у настави техничког образовања, биологије,...), симболички модели ( хемијске формуле, мапе, шеме електричних уређаја,...), мисаоно-дескриптивни модели, модели геометријских фигура и тела које користимо у настави (илуструјемо примерима визуелизације доказа Питагорине теореме, формуле за разлику квадрата, модели геометријских тела у сврху одређивања најкраћег пута, површина круга).

Модел: -представља замену за неки реалан објекат или појаву, аналогију а неким објектом

- користи се за објашњење неког процеса или предвиђање догађаја
- поједностављује и објашњава комплексност онога што се посматра (и моделира)

Математика је , како каже Кит Делвин у књизи „ Математички ген“, наука о релацијама.

Добро средство ( језик ) за изражавање принципа.

### ◆ МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ

- предлог законитости записан математичким језиком
- уређен скуп математичких релација ( формула, једначина, неједначина, логичких услова, релационих оператора и слично) који описују реалан објекат или појаву, односно одређују његове карактеристике.
- базирани су на математички постављеним принципима
- математичка карактеризација или опис неког феномена или процеса

### • СВРХА МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА

- презентација у лако прихватљивом облику
- омогућавање „лаког“ рачунања
- провера, истраживање и предвиђање



## ◆ МАТЕМАТИЧКО МОДЕЛИРАЊЕ

- процес математичке презентације неког проблема са циљем његовог бољег разумевања

- поступак апстракције – елементи битни за функционисање састава



→ поједностављивање ( апстракција )

→ приказ ( презентација )

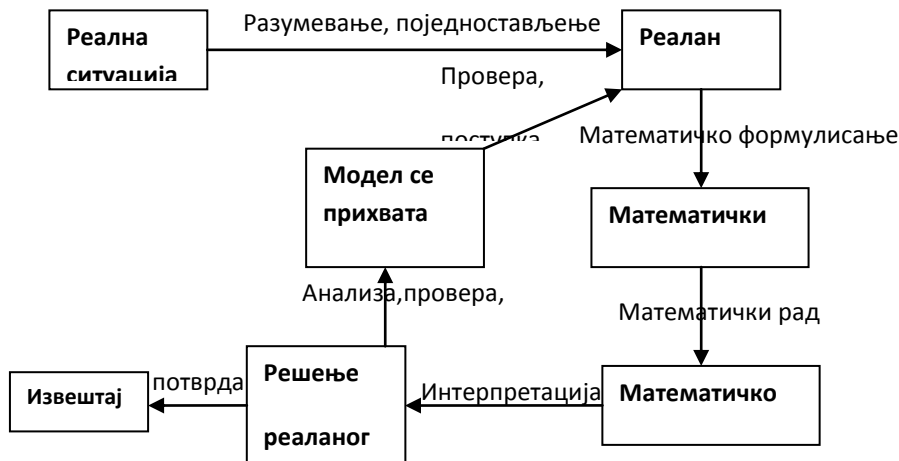
← трансформација ( интерпретација )

← верификација ( упоређивање добијених резултата са резултатима опажања )

### Како се формира математички модел?

Моделирање у настави математике прати дидактички круг који почиње упознавањем ученика са стварним проблемом из живота и преко својих фаза води ка развоју математичког мишљења и самог решења проблема. Ученичко мишљење има главну улогу у стварању апстракција и појмова као модела реалних појава. Али, осим мисаоних активности велики значај се придаје и графичким активностима којима се често може повезати конкретно са апстрактним.

На слици је приказана схема математичког моделирања у настави:



Да би се вршило математичко моделирање полази се од неке реалне ситуације (свакодневне, ученицима познате и доступне) , потом се та ситуација помоћу математичког језика претвара у математичку ситуацију и помоћу одговарајућег модела тражи се решење ситуације(проблема).

За наставу математике у основној школи неоспоран је значај моделирања. Ученици који су савладали и усвојили одређен модел, лакше и брже усвајају нова знања, спретнији су, боље се сналазе у различитим проблемским ситуацијама,



имају већу мотивацију за рад, сигурнији су при давању одговора и излагању својих знања.

- **Функција** у математици представља зависност једне променљиве ( $y$ ) од друге променљиве ( $x$ ) и управо та (функционална) зависност је оно што овај појам издваја од других појмова које изучавамо у математици. Пре свега у питању је појам који нас учи да математичке величине посматрамо у њиховој променљивости, међусобној вези и условљености. То је оно чиме можемо описати покретљивост и динамичност појава, као и условљеност и повезаност реалних величина. Наиме, када се моделирају појаве из реалне стварности код којих се јавља узрочно–последична веза између две променљиве величине добија се функција као **математички модел** за одређену појаву.

- **ЗАДАЦИ**

Друштво математичара Србије  
Београд, Кнеза Михаила 35/IV  
Тел. 011-3036818, факс 011-3036819  
[www.dms.org.rs](http://www.dms.org.rs)  
[drustvomatematicara@yahoo.com](mailto:drustvomatematicara@yahoo.com)



ПРЕДЛОГ

У сарадњи са Министарством просвете, науке и технолошког развоја

## КАЛЕНДАР ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА У 2014/15 ГОДИНИ

### Такмичења ученика основних школа из математике

Школско такмичење	31.01.2015.
Општинско такмичење	28.02.2015.
Окружно такмичење	28.03.2015.
Државно такмичење	25.04.2015.
Српска математичка олимпијада	23.05.2015.
Јуниорска балканска математичка олимпијада (Србија)	2015.

### Међународна математичка смотре „Кенгур без граница“

19. март 2015. (четвртак) у 10.00 часова  
јединствено време у целој Европи

### Такмичења ученика основних школа из рачунарства

Општинско такмичење	21.02.2015.
Окружно такмичење	21.03.2015.
Државно такмичење	18.04.2015.
Српска информатичка олимпијада	16.05.2015.
Јуниорска балканска информатичка олимпијада	2015.

### Такмичења ученика средњих школа из математике

Општинско такмичење	13.12.2014.
Окружно такмичење	31.01.2015.
Државно такмичење	28.02.2015.
Српска математичка олимпијада	27-28.03.2015.
Балканска математичка олимпијада	крај априла 2015.
Међународна математичка олимпијада (Тајланд)	04.-16.07. 2015.

### Такмичења ученика средњих школа из рачунарства

Окружно такмичење	21.02.2015.
Државно такмичење	21.03.2015.
Српска информатичка олимпијада	09.-10.05.2015.
Балканска информатичка олимпијада	2015.
Међународна информатичка олимпијада (Казахстан)	26.07-02.08.2015.

## ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

### За све разреде и све ступњеве такмичења:

- Градиво из програма редовне и додатне наставе у претходним разредама
- Логички и логичко-комбинаторни задаци

### Школско такмичење

- Наставни садржаји реализовани у оквиру редовне и додатне наставе у првом полугодишту

### Општинско такмичење

- Материја предвиђена за школско такмичење и још:

**IV разред:** Сабирање, одузимање и множење природних бројева. Проблемски задаци. Магични квадрат. Пребројавање скупова тачака и бројевних скупова. Квадрат и правоугаоник (обим).

**V разред:** Скупови и примене. Скупови тачака. Угао. Дељивост. Разломци (основна својства и упоређивање, сабирање и одузимање разломака ). Проблемски задаци.

**VI разред:** Цели бројеви. Рационални бројеви. Апсолутна вредност. Сабирање и одузимање рационалних бројева. Проблемски задаци. Троугао (углови, подударност и значајне тачке). Дирихлеов принцип. Дељивост и прости бројеви. Осна симетрија.

**VII разред:** Површина троугла и четвороугла. Квадрирање и кореновање. Питагорина теорема. Ирационални бројеви. Степени и операције са степенима.

**VIII разред:** Круг. Сличност. Тачка, права и раван. Линеарне једначине и неједначине и примене. Призма. Једначине с апсолутним вредностима

### Окружно такмичење

- Материја предвиђена за претходне ступњеве такмичења и још:

**IV разред:** Дељење природних бројева. Решавање задатака помоћу једначина и дијаграма. Дешифровање рачунских операција. Квадрат и правоугаоник (површина). Коцка и квадар (површина). Задаци нумерације.

**V разред:** Множење и дељење разломака. Графови. Децимални запис броја.

**VI разред:** Множење и дељење рационалних бројева. Троугао (конструктивни задаци). Паралелограм (доказни задаци).

**VII разред:** Многоугао. Полиноми. Основи комбинаторике. Геометријски доказ.

**VIII разред:** Пирамида. Линеарна функција. Линеарне диофантске једначине.

**Државно такмичење**

- Материја предвиђена за претходне ступњеве такмичења и још:

**VI разред:** Проенти. Четвороугао (доказни и конструктивни задаци).  
Нестандардни конструктивни задаци.

**VII разред:** Директна и обрнута пропорционалност. Круг. Низови.  
Нестандардни конструктивни задаци. Делљивост.

**VIII разред:** Системи линеарних једначина. Конгруенције по модулу.  
Елементарни проблеми екстремних вредности. Нелинеарне диофантске једначине.

**Српска математичка олимпијада**

Сва материја предвиђена за претходно наведена такмичења.

## ПРОГРАМ МАТЕМАТИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

### А категорија

#### І разред

##### Општинско такмичење:

1. Логика, скупови, функције. 2. Комбинаторика и задаци логичко-комбинаторног карактера. 3. Елементарна теорија бројева ( дељивост, прости бројеви, Диофантове једначине, конгруенције). 4. Реални бројеви, апсолутна вредност. 5. Полиноми. 6. Међусобни односи правих и равни. 7. Подударност. Примена у задацима о троуглу, четвороуглу и кругу. 8. Вектори и њихова примена на задатке елементарне геометрије. 9. Математичка индукција.

##### Окружно такмичење:

још и: 10. Рационални алгебарски изрази. 11. Конструктивни геометријски задаци.

##### Државно такмичење:

још и: 12. Неједнакости. 13. Линеарне једначине и неједначине.

### ІІ разред

1. Подразумевају се теме І разреда

##### Општинско такмичење:

још и: 2. Изометријске трансформације. 3. Хомотетија и сличност. 4. Степеновање и кореновање. 5. Комплексни бројеви. 6. Квадратне једначине, неједначине и функције. 7. Ирационалне једначине и неједначине. 8. Тригонометрија.

##### Окружно такмичење:

још и: 9. Сложенији облици математичке индукције.

##### Државно такмичење:

још и: 10. Полиедри. 11. Експоненцијалне и логаритамске функције, једначине и неједначине.

### ІІІ разред

1. Подразумевају се теме І и ІІ разреда

##### Општинско такмичење:

још и: 2. Биномна и полиномна формула. 3. Тригонометријски облик комплексног броја. 4. Полиноми (нуле полинома, Вијетове формуле). 5. Обртна тела. 6. Системи линеарних једначина. 7. Матрице и детерминанте. 8. Елементарна теорија бројева (Ојлерова и Вилсонова теорема).

##### Окружно такмичење:

још и: 9. Низови; рекурентне једначине. 10. Линеарна зависност и независност вектора. 11. Векторски простори (основне особине, база и димензија). 12. Ранг матрице.

**Државно такмичење:**

још и: 13. Вектори (скаларни, векторски и мешовити производ).

**IV разред**

1. Подразумевају се теме I, II и III разреда.

**Општинско такмичење:**

још и: 2. Аналитичка геометрија. 3. Непрекидност функција. 4. Диференцијабилност функција. 5. Примене диференцијалног рачуна (екстремуми, теореме о средњој вредности, Тејлоров полином). 6. Вероватноћа (основне особине, условна вероватноћа).

**Окружно такмичење:**

још и: 7. Случајне променљиве.

**Државно такмичење:**

Претходно наведене теме.

**Б категорија****I разред****Општинско такмичење:**

1. Логика, скупови, функције. 2. Комбинаторика и задаци логичко-комбинаторног карактера. 3. Елементи теорије бројева (дељивост, прости бројеви, Диофантове једначине). 4. Реални бројеви, апсолутна вредност. 5. Међусобни односи правих и равни. 6. Примена подударности у задацима о троуглу.

**Окружно такмичење:**

још и: 7. Вектори и њихова примена на задатке елементарне геометрије. 8. Примена подударности у задацима о четвороуглу и кругу.

**Државно такмичење:**

још и: 9. Полиноми 10. Рационални алгебарски изрази. 11. Линеарне једначине и неједначине.

**II разред**

1. Подразумевају се теме I разреда

**Општинско такмичење:**

још и: 2. Неједнакости. 3. Хомотетија и сличност. 4. Степеновање и кореновање. 5. Комплексни бројеви. 6. Квадратне једначине, неједначине и функције. Системи квадратних једначина.

**Окружно такмичење:**

још и: 7. Ирационалне једначине и неједначине.

**Државно такмичење:**

још и: 8. Експоненцијалне и логаритамске функције, једначине и неједначине.

### **III разред**

1. Подразумевају се теме I и II разреда

#### **Општинско такмичење:**

још и: 2. Тригонометрија. 3. Полиедри. 4. Обртна тела. 5. Системи линеарних једначина. 6. Детерминанте (реда највише три).

#### **Окружно такмичење:**

још и: 7. Вектори (скаларни, векторски и мешовити производ).

#### **Државно такмичење:**

још и: 8. Аналитичка геометрија у равни.

### **IV разред**

1. Подразумевају се теме I, II и III разреда.

#### **Општинско такмичење:**

још и: 2. Полиноми (нуле полинома, Вијетове формуле). 3. Математичка индукција. 4. Тригонометријски облик комплексног броја. 5. Низови. 6. Непрекидност функција. 7. Изводи функција и примене.

#### **Окружно такмичење:**

Претходно наведене теме.

#### **Државно такмичење:**

Претходно наведене теме.

**ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА ИЗ РАЧУНАРСТВА  
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА**

1. Алгоритми и програми линијске структуре (аритметика реалних и целих бројева, израчунавање на основу формула)
2. Алгоритми и програми разгранате структуре
3. Алгоритми и програми цикличне структуре
4. Алгоритми и програми за обраду низова
5. Рад са стринговима

**ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА ИЗ РАЧУНАРСТВА  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА**

Решавају се проблеми за које су потребни алгоритми са:

- линијском
- разгранатом и
- цикличном структуром.

Могуће је и комбиновање претходних врста алгоритама.