

Pripreme za JBOI 2008

03. jul 2008. godine

predavač: Andreja Ilić

e-mail: ilic\_andrejko@yahoo.com

## Malo pretrage i raznih zadačića

**Zadatak 1.** Na šahovskoj tabli dimenzije  $n \times n$ , gde je  $n \leq 5000$ , nalazi se skakač na poziciji  $(p, q)$ ,  $1 \leq p, q \leq n$ . Neka polja sa table su oštećena i skakač ne može stati na njih.

- Da li je moguće da skakač sa startnog polja završi na polje  $(r, s)$ ?
- Koliki je najmanji broj poteza da skakač dođe na polje  $(r, s)$ , ukoliko je to moguće?
- Štampati najkrajći put, preko niza pozicija.

**Ulaz**

|         |                             |
|---------|-----------------------------|
| $n = 4$ | <b>Izlaz</b>                |
|         | moze                        |
| . E .   | 3                           |
| . . X . | (4, 2) (2, 1) (3, 3) (1, 2) |
| . . . X |                             |
| . S .   |                             |

(S je startno polje, E krajnje a X predstavlja oštećeno polje)

**Zadatak 2.** Mapa arhipelaga je predstavljena kvadratnom matricom dimenzije  $n \leq 1000$ . Element matrice je 'V' ukoliko predstavlja vodu, odnosno 'K' za kopno. Odrediti koliko dati arhipelag sadrži ostrva i kolika je najveća površina ostrava?

**Ulaz**

|         |              |
|---------|--------------|
| $n = 5$ | <b>Izlaz</b> |
| VVVKV   | 3            |
| VVVKK   | 7            |
| VKKVV   |              |
| KVVVK   |              |
| KKKKK   |              |

**Izlaz**

|   |   |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 3 | 3 |

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| • | • | • | • | 1 | • |
| • | • | • | • | 1 | 1 |
| • | 2 | 2 | • | • | • |
| 3 | • | • | • | 3 |   |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |   |

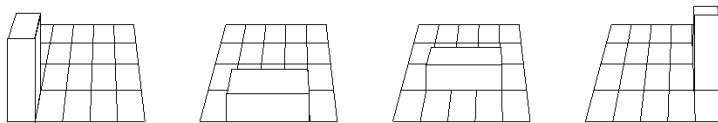
Objašnjenje primera

**Zadatak 3. [USACO trening]** Farmer ima na raspolaganju tri kofe kapaciteta  $A$ ,  $B$  i  $C$  litara redom, gde je  $A, B, C \leq 100$ . Na početku kofe  $A$  i  $B$  su prazne, dok je kofa  $C$  puna do vrha. Farmer može uzeti jednu kofu i iz nje presipati mleko u drugu kofu, sve dok prvu ne isprazni ili dok se druga ne napuni. Farmer želi da rasporedi mleko tako da je razlika između kofe sa najmanje mleka i kofe sa najviše mlela najmanja moguća.

**Ulaz**

|       |              |
|-------|--------------|
| 3 2 6 | <b>Izlaz</b> |
|       | 0            |

**Zadatak 4. [TopCoder]** Data je tabla koja je izdeljena na  $n \times m$  jediničnih kvadrata. Na nekom odnjih se nalazi blok dimenzije  $1 \times 1 \times 3$  koji na početku stoji uspravno (na strani  $1 \times 1$ ). Treba otkotrljati navedeni blok na zadato kranje polje, na kojem će takođe stajati uspravno. Pod kotrljanjem se podrazumeva "rotiranje" bloka oko neke svoje ivice koja je na tabli (pogledati sliku)

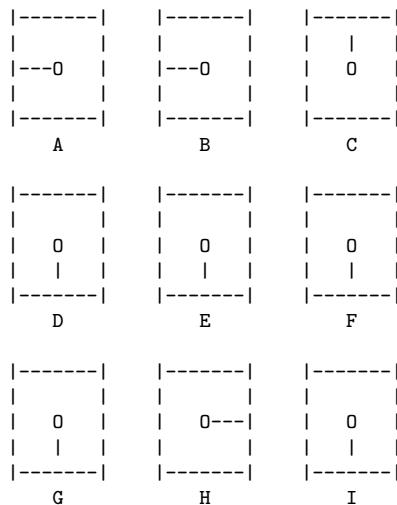


Primeri kotrljanja

U svakom trenutku blok mora biti u celosti na tabli (nije dozvoljeno da neki deo bloka vira sa table). Koliki je minimalni broj kotraljanja bloka kako bi se on doveo na željenu destinaciju? Ukoliko to nije moguće, kao rezultat vratiti  $-1$ .

| Ulaz    | Izlaz   |
|---------|---------|
| $n = 4$ | $m = 5$ |
| 3 0     | 3       |
| 2 4     |         |

**Zadatak 5. [IOI '94]** Posmatrajmo devet satova raspoređenih u matrici dimenzije  $3 \times 3$  kao na slici:



Primenjivanjem što manjeg broja transformacija, treba prevesti svih 9 satova da pokazuju na 12 sati. Postoje devet mogućih transformacija, opisanih ispod. Selektovanjem nekog od devet poteza, dovešće do rotiranja kazaljke na označenim satovima za 90 stepeni, u smeru kazaljke na satu. Lista poteza je:

ABDE ABC BCEF ADG BDEFH CFI DEGH GHI EFHI

| Ulaz   | Izlaz   |
|--------|---------|
| 9 9 12 | 4       |
| 6 6 6  | 4 5 8 9 |
| 6 3 6  |         |

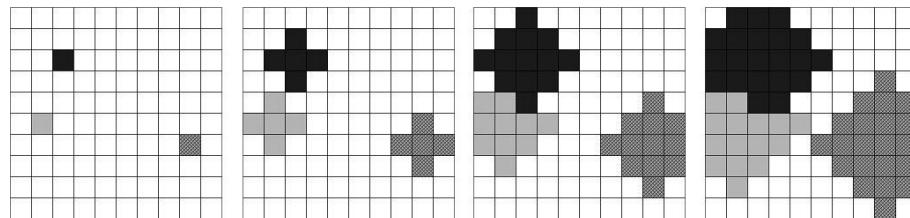
Primer transformacija:

|        |         |         |          |          |
|--------|---------|---------|----------|----------|
| 9 9 12 | 9 12 12 | 9 12 12 | 12 12 12 | 12 12 12 |
| 6 6 6  | 5 ->    | 9 9 9   | 8 ->     | 9 9 9    |
| 6 3 6  |         | 6 6 6   |          | 12 9 9   |

**Zadatak 6. [ACM Saratov]** Farmer je primetio da se na njegovoj njivi, koja je podeljena na  $n \times m$  parcela, nalaze  $k$  vrsti bakterija. Na početku, svaka vrsta bakterije okupira tačno jednu parcelu. U svakom danu bakterije se šire na sledeći način: prvo se razmnožavaju bakterije prve vrste, zatim druge, sve do  $k$ -te. Kada se razmnožavaju bakterije  $x$ -te vrste, sva nezaražena polja koja imaju zajedničku ivicu sa nekom od zaraženih polja bakterijom  $x$  i same postaju zaražene istom. Na kraju  $t$  dana koliko će parcela biti zaraženo svakom od vrsta?

| Ulaz     |          |
|----------|----------|
| $n = 10$ | $m = 10$ |
| $t = 3$  | $k = 3$  |
| 3 3      |          |
| 6 2      |          |
| 7 9      |          |

| Izlaz |
|-------|
| 21    |
| 15    |
| 21    |

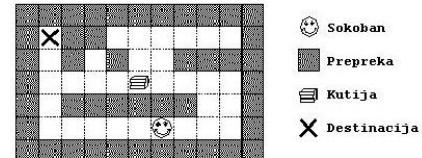


Širenje bakterija (dan 0, dan 1, dan 2 i dan 3)

**Zadatak 7. [ACM UVA]** Za datu kvadratnu tablu koja predstavlja Sokoban labyrin, naći dužinu najkraćeg puta (ukoliko je to moguće), kojim Sokoban može dovući kutiju na traženu destinaciju. Tabla je predstavljena matricom dimenzije  $n \times m$ , gde je  $n, m \leq 100$ . Elementi matrice su znaci 'X', '+', 'S', 'D' i 'B' koji redom predstavljaju prepreku, prazno polje, početnu poziciju Sokobana, destinaciju i kutiju.

| Ulaz        |          |
|-------------|----------|
| $n = 7$     | $m = 11$ |
| XXXXXXXXXX  |          |
| XTXX++++++X |          |
| X+X+X++XXXX |          |
| X++++B++++X |          |
| X+XXXXXX++X |          |
| X+++++S+++X |          |
| XXXXXXXXXX  |          |

| Izlaz |  |
|-------|--|
| 28    |  |



Prikaz primera

**Zadatak 8.** Date su dve binarne matrice  $a$  i  $b$ , dimenzija  $n \times m$  ( $1 \leq n, m \leq 100$ ). Nad matricom je dozvoljena operacija koja se sastoji u menjanju vrednosti elemenata u podmatrici dimenzijsi  $3 \times 3$  (0 u 1, 1 u 0). Napisati program koji za datu binarnu matricu  $a$  vraća najmanji broj potrebnih operacija da se ona prevede u matricu  $b$ . Ukoliko to nije moguće, vratiti -1.

| Ulaz    |         |
|---------|---------|
| $n = 3$ | $m = 4$ |
| 0 0 0 0 | 1 0 0 1 |
| 0 0 1 0 | 1 0 1 1 |
| 0 0 0 0 | 1 0 0 1 |

| Izlaz |  |
|-------|--|
| 2     |  |

**Zadatak 9.** [TopCoder] Vojnik se nalazi na minskom polju, koje je predstavljeno u obliku matrice dimenzije  $n \times n$ , gde je mina predstavljena karakterom 'M', a prazno polje kao 'o'. Na početku, vojnik se nalazi u gornjem levom polju. U svakom trenutku, vojnik može preći na neko od susednih polja (gore, dole, levo, desno) ukoliko u tom smeru (delu navedene vrste ili kolone) ne postoji mina. Koliko ukupno polja može obići vojnik?

**Ulaz**

$n = 3$

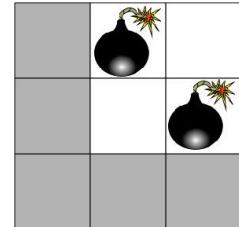
oMo

ooM

ooo

**Izlaz**

5



Sivom bojom su prikazana polja koja mogu da se obiđu

**Zadatak 10.** Na rođendanskoj žurci došlo je  $n \leq 1000$  ljudi. Među njima, postoje oni koji se međusobno poznaju, a postoje i oni koji se nikada pre nisu videli. Da li je moguće podeliti navedene ljude u dve grupe, tako da se nikoja dva iz iste grupe ne poznaju međusobno?

**Ulaz**

$n = 4 \quad m = 4$

1 2

2 3

1 4

**Izlaz**

da

**Zadatak 11.** Na raspolaganju su vam  $n$  reči dužine bar 2 i ne veće od 100 karaktera. Dve reči se mogu nadovezati jedna iza druge ako se prva reč završava istim slovom kojim druga reč počinje. Odrediti da li postoji ciklus sa bar tri reči, takav da se svake dve uzastopne reči mogu nadovezati. Ako postoji, štampati bilo koji ciklus.

**Ulaz**

$n = 5$

milena

boris

demjan

stevan

nb

**Izlaz**

da

boris

stevan

nb

**Zadatak 12.** [Hrvatsko županjsko 2006] Data su dva binarna niza dužina  $n \leq 10^4$ . U jednom koraku dozvoljeno je da se promeni stanje nekoliko uzastopnih članova niza (bilo kojeg) ili po jedan element iz oba niza na istoj poziciji. Naći minimalan broj koraka da se od nizova popunjениm nulama dobiju traženi nizovi.

**Ulaz**

$n = 5$

11011

11011

**Izlaz**

3

**Zadatak 13.** Dat je niz prirodnih brojeva dužine ne veće od 10.000. Naći broj podnizova (uzastopnih elemenata) datog niza čija je suma elemenata paran broj.

| <b>Ulaz</b> | <b>Izlaz</b> |
|-------------|--------------|
| $n = 4$     | 4            |
| 1 2 3 4     |              |

**Zadatak 14.**

- Za date prirodne brojeve  $n$  i  $k$  naći  $k$ -tu leksikografsku permutaciju skupa prirodnih brojeva od 1 do  $n$ .
- Za datu permutaciju prirodnih brojeva od 1 do  $n$  naći njen leksikografski red.

| <b>Ulaz</b> | <b>Izlaz</b> |
|-------------|--------------|
| $n = 4$     | 1 3 2 4      |
| 1 3 2 4     | 3            |

**Zadatak 15.** [Hrvatsko Izborne 2002] Brava na sefu se sastoje od  $n \leq 10^5$  jednakih diskova podeljenih na  $k \leq 10^7$  segmenta - kao burek :), koji se nalaze jedan na drugom. Na svakom disku postoji segment sa rupom. Da bi se sef otvorio potrebno je da se sve rupe nalaze jedna iznad druge. U jednom koraku možemo zarotirati jedan disk za jedan segment u neku od strana. Naći minimalan broj koraka da bi se sef otvorio.

| <b>Ulaz</b> | <b>Izlaz</b> |
|-------------|--------------|
| $n = 3$     | 12           |
| 5 17 7      |              |

**Zadatak 16.** Dato je  $n \leq 10^6$  domina dimenzija  $2 \times 1$ , popunjene brojevima od 0 do 6. Treba da ih rasporedite jednu do druge, tako da ako se posmatraju kao dva broja, zbir ta dva broja bude maksimalan.

| <b>Ulaz</b> | <b>Izlaz</b> |   |   |   |
|-------------|--------------|---|---|---|
| $n = 3$     | 553          |   |   |   |
| 1 2         |              | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>5</td></tr><tr><td>0</td></tr></table> | 5 | 0 |
| 5           |              |   |   |   |
| 0           |              |   |   |   |
| 5 0         |              | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>4</td></tr><tr><td>1</td></tr></table> | 4 | 1 |
| 4           |              |   |   |   |
| 1           |              |   |   |   |
| 4 1         |              | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>1</td></tr><tr><td>2</td></tr></table> | 1 | 2 |
| 1           |              |   |   |   |
| 2           |              |   |   |   |