



Pripreme za JBOI 2008
30. jun 2008. godine
predavač: Aleksandar Ilić
e-mail: aleksandari@gmail.com

Malo dinamičkog programiranja

Zadatak 1. Dat je niz celih brojeva, dužine $n \leq 100.000$. Odrediti podniz datog niza čiji je zbir elemenata maksimalan, a u kome nema susednih elemenata.

Ulaz

$n = 8$

4 -1 3 8 7 -1 -5 6

Izlaz

20

4	-1	3	8	7	-1	-5	6
---	----	---	---	---	----	----	---

Zatamnjena su polja koja predstavljaju rešenje

Zadatak 2. Data je tabla $2 \times n$ i na raspolaganju su vam dve figure: L sastavljena od 3 polja i P pravougaonik 2×1 . Odrediti na koliko načina je moguće prekriti tablu pomoću ove dve figure. Ograničenje $n \leq 10000$.

Ulaz

$n = 4$

Izlaz

11

Zadatak 3. Odrediti minimalan broj sastavljen samo od neparnih cifara, koji po modulu n daje ostatak m . Ograničenja su $n, m \leq 100.000$.

Ulaz

$n = 17$

$m = 6$

Izlaz

57

Zadatak 4. U jednom malom mestu sve kuće se nalaze u istoj ulici. Momci stanuju u neparnim brojevima (leva strana ulice), a devojke u parnim (desna strana). $N \leq 5000$ momaka se zaljubilo (svaki u različitu devojku), ali oni su vrlo stidljivi i ne žele da se sretnu sa nekim od svojih drugova kada krenu devojci. Svaki od njih vam je poverio problem i rekao svoju adresu i adresu svoje devojke. Nadjite najveći mogući broj parova, za koje se putevi momaka ne ukrštaju.

Ulaz

$n = 4$

1 3

2 1

3 2

4 4

Izlaz

3

Zadatak 5. Data je binarna matrica (elementi matrice su iz skupa $\{0, 1\}$) dimenzije $n \times m$, gde je $n, m \leq 5000$. Naći najveću kvadratnu podmatricu koja u sebi sadrži samo nule. Matrica je zadata listom elemenata koja sadrže jedinicu.

Ulaz
 $n = 5$ $m = 5$
 1 3
 2 4
 3 5
 4 1

Izlaz
 3

0	1	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
1	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Objašnjenje primera

Zadatak 6. Data je matrica dimenzije $n \times m$, gde je $n, m \leq 500$, čiji su elementi iz skupa $\{0, 1, -1\}$. Na koliko različitih načina se od donjeg levog polja može stići u gornje desno polje? Sva polja na kojima se nalazi broj 1 moraju biti uključena u put, dok se ni u jednom trenutku ne sme proći preko polja sa vrednošću -1 . Dozvoljeno je samo kretanje za jedno polje nagore ili jedno polje udesno. Donje levo polje ima vrednost 0.

Ulaz
 $n = 5$ $m = 8$
 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1 0
 0 0 0 0 1 2 0 0
 0 2 0 0 1 0 2 0
 0 1 0 0 2 0 0 0

Izlaz
 4

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	2	0	0
0	2	0	0	1	0	2	0
0	1	0	0	2	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	2	0	0
0	2	0	0	1	0	2	0
0	1	0	0	2	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	2	0	0
0	2	0	0	1	0	2	0
0	1	0	0	2	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	2	0	0
0	2	0	0	1	0	2	0
0	1	0	0	2	0	0	0

Četiri moguća puta

Zadatak 7. Na raspolaganju imate n ($1 \leq n \leq 1000$) vrsti novčanica sa vrednostima $1 = v_1 < v_2 < \dots < v_n \leq 1000$ dinara. Od svake vrste ima beskonačno primeraka. Na koliko različitih načina možete isplatiti sumu od $m \leq 10000$ dinara?

Ulaz
 $n = 3$ $m = 8$
 1 2 6

Izlaz
 6

Zadatak 8. Dat je niz A prirodnih brojeva dužine $n \leq 10000$. Treba niz A podeliti u dve grupe, tako da je razlika zbirova elemenata u grupama minimalna. Štampati jednu takvu grupu.

Ulaz

$n = 4$

2 4 2 7

Izlaz

7

Zadatak 9. Kvadratna matrica dimenzije $n \leq 1000$ popunjena je nenegativnim prirodnim brojevima ne većih od 1.000.000. Figurica se na početku nalazi u gornjem levom uglu $(1, 1)$ i mora doći do donjeg desno ugla (n, n) , krećući se tako da iz polja na kojem se u nekom trenutku nalazi mora preći u susedno donje ili susedno desno polje. Figurica ne sme preći preko polja na kome se nalazi 0. Cena puta predstavlja broj nula na kraju dekadnog zapisa broja koji je dobijen množenjem brojeva sa puta. Kolika je cena najjeftinijeg puta?

Ulaz

$n = 3$

5 7 6

4 0 1

3 2 5

Izlaz

1

U navedenom primeru postoje dva puta: $5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 5 = 1050$ i $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 600$. Prvi ima jednu nulu na kraju, a drugi dve.

Zadatak 10. Na tabli je napisan pozitivan ceo broj $n \leq 1.000.000$. Dva igrača igraju sledeću igru: naizmenično biraju strogo pozitivan broj m koji je pravi podstring broja koji je trenutno napisan na tabli i smanjuju ga za m . Pravi podstring stringa nije jednak celom stringu. Na primer, ako se na tabli nalazi 2309, tada igrač može da odabere $m = 2, 3, 9, 23, 30, 230$ ili 309 i posle poteza broj na tabli će biti 2000, 2079, 2279, 2286, 2300, 2306 ili 2307. Igrač koji ne može da odigra potez je izgubio. Odrediti najmanji broj m koji prvi igrač treba da odigra, tako da pobjedi u ovoj igri. Ako prvi igrač nema pobjedničku strategiju, štampati -1 .

Ulaz

$n = 18$

Izlaz

1

U navedenom primeru, prvi igrač oduzima 1 i na tabli ostaje 17. Onaj ko dobije 10 je pobjednik, a to je očigledno prvi igrač.