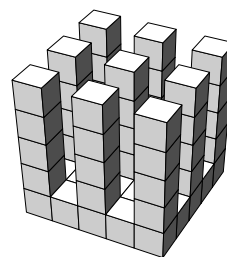


# Kenguru Határok Nélkül Matematika Verseny 2014.

## 11 – 12. osztály

### 3 pontos feladatok

1. Az ábrán látható testet úgy kaptuk, hogy egy  $5 \times 5 \times 5$ -ös kockából  $1 \times 1 \times 1$ -es kockákat vettünk el. Az oszlopok egyenlő magasságúak és ugyanazon a vízszintes síkon állnak. Hány kis kocka lett elvéve?



- A) 56    B) 60    C) 64    D) 68    E) 80

2. Ma van Árpi, Imre és Zoli születésnapja. Éveik összege 44. Mennyi lesz éveik összege akkor, amikor újra két egyforma számjegyből fog állni?

- A) 55    B) 66    C) 77    D) 88    E) 99

3. Mennyi az  $a^{-3b}$  értéke, ha tudjuk, hogy  $a^b = \frac{1}{2}$ ?

- A)  $\frac{1}{8}$     B) 8    C) -8    D) 6    E)  $\frac{1}{6}$

4. Három különböző méretű kosárba összesen 48 labdát helyeztek el. A legnagyobb és a legkisebb kosárban kétszer annyi labda van összesen, mint a közepes méretű kosárban. A legkisebb kosárban fele annyi labda van, mint a közepes méretűben. Hány labda van a legnagyobb kosárban?

- A) 16    B) 20    C) 24    D) 30    E) 32

5. Mennyi a következő kifejezés értéke:  $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$ ?

- A)  $2^{2011}$     B)  $2^{2012}$     C)  $2^{2013}$     D) 1    E) 2

6. Az alábbiak közül melyik nem tartalmazza tényezőként a  $b + 1$ -et?

- A)  $2b + 2$     B)  $b^2 - 1$     C)  $b^2 + b$     D)  $-1 - b$     E)  $b^2 + 1$

7. Hány jegyű a  $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$  szorzat eredménye?

- A) 22    B) 55    C) 77    D) 110    E) 111

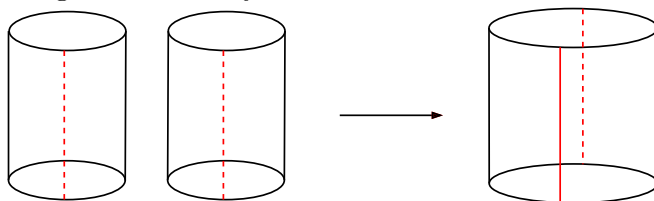
8. Nórinak van egy titkos elektronikus postaládája, amelyet csak négy barátjának ismer. Ma 8 levelet kapott erre a címre. Az alábbi állítások közül melyik igaz biztosan?

- A) Nóri mindegyik barátjától két-két levelet kapott.  
B) Nóri nem kaphatta mind a 8 levelet ugyanattól a barátjától.  
C) Nóri mindegyik barátjától kapott legalább egy levelet.  
D) Nóri egyik barátjától legalább két levelet kapott.  
E) Nóri legalább két-két levelet kapott két különböző barátjától.

9. A 2014 olyan szám, amelynek utolsó számjegye nagyobb, mint a többi számjegyeinek az összege és minden számjegye különböző. Hány évvel ezelőtt történt ilyen utoljára?

- A) 5    B) 215    C) 305    D) 395    E) 485

10. Két egybevágó henger palástját szétváltuk, majd összeragasztottuk. Ily módon egy nagyobb henger palástját kaptuk (lásd az ábrát). Mit mondhatunk a nagyobb palástú henger és az egyik kisebb palástú henger térfogatának viszonyáról?



- A) 2-szer nagyobb a térfogata.    B) 3-szor nagyobb a térfogata.  
 C)  $\pi$ -szer nagyobb a térfogata.    D) 4-szer nagyobb a térfogata.  
 E) 8-szor nagyobb a térfogata.

#### 4 pontos feladatok

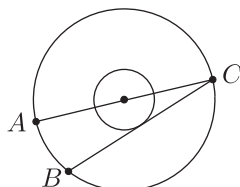
11. Egy téglatest alakú doboz  $a \times b \times c$  méretű, ahol  $a < b < c$ . Ha az  $a$  vagy a  $b$  vagy a  $c$  élének hosszát egy adott pozitív számmal növeljük, akkor a doboz térfogata is növekszik. Melyik esetben fog a doboz térfogata a legtöbbet növekedni?

- A) ha az  $a$  élét növeljük                      B) ha a  $b$  élét növeljük  
 C) ha a  $c$  élét növeljük                      D) ugyanannyival növekszik az A), B) és C) esetben is  
 E) az  $a$ , a  $b$  és a  $c$  értékétől függ

12. A focimeccs után a győztes 3 pontot kap, a vesztes 0 pontot, döntetlen esetén pedig mindkét csapat 1 – 1 pontot kap. Egy bajnokságon 4 focicsapat vett részt:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$ . Mindegyik csapat három-három mérkőzést játszott - mindegyik csapat ellen egyet. A bajnokság végén az  $A$  csapatnak 7 pontja volt, a  $B$  és a  $C$  csapatnak pedig 4 – 4 pontja. Hány ponttal fejezett a  $D$  csapat?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

13. Az ábrán levő koncentrikus körök sugarainak aránya 1 : 3. Az  $AC$  a nagyobb kör átmérője, a  $BC$  a nagyobb kör egy húrja, amely érinti a kisebb kört, az  $AB$  szakasz hossza pedig 12. Mekkora a nagyobb kör sugara?



- A) 13    B) 18    C) 21    D) 24    E) 26

14. Hány olyan  $(a, b, c)$  rendezett természetes számhármass van, amelyekre igaz, hogy  $a > b > c > 1$  és  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$ ?

- A) egy sem    B) 1    C) 2    D) 3    E) végtelen sok

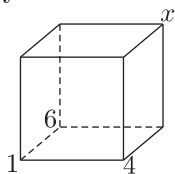
15. Az  $a$ , a  $b$  és a  $c$  0-tól különböző számok, az  $n$  pedig természetes szám. Ha tudjuk, hogy a  $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$  és a  $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$  számok egyforma előjelűek, akkor az alábbi egyenlőtlenségek közül melyik biztosan igaz?

- A)  $a > 0$     B)  $b > 0$     C)  $c > 0$     D)  $a < 0$     E)  $b < 0$

16. Ha hat hét  $n!$  másodpercből áll, akkor mennyi az  $n$  értéke?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 10    E) 12

17. Egy kocka csúcsait az 1-től 8-ig terjedő számokkal számoztuk meg úgy, hogy a kocka bármely oldalához tartozó négy csúcsban levő számok összege ugyanannyi legyen. Az 1, 4 és 6 számokkal az ábrán látható csúcsokat jelöltük. Mennyi az  $x$  értéke?

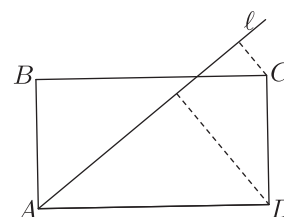


- A) 2    B) 3    C) 5    D) 7    E) 8

18. Egy ömlesztett sajt csomagolásán a következőt olvashatjuk: zsírtartalom 24%. Ugyanezen a csomagoláson azt is írja, hogy: a szárazanyag zsírtartalma 64%. Hány százalék vizet tartalmaz ez a sajt?

- A) 88%    B) 62,5%    C) 49%    D) 42%    E) 37,5%

19. Az  $\ell$  egyenes áthalad az  $ABCD$  téglalap  $A$  csúcsán (lásd az ábrát). A  $C$  pont távolsága az  $\ell$  egyenestől 2, a  $D$  pont távolsága az  $\ell$  egyenestől pedig 6. Ha az  $AD$  oldal kétszer nagyobb, mint az  $AB$ , mekkora az  $AD$  hossza?



- A) 10    B) 12    C) 14    D) 16    E)  $4\sqrt{3}$

20. Az  $f(x) = ax + b$  függvény kielégíti az  $f(f(f(1))) = 29$  és az  $f(f(f(0))) = 2$  egyenleteket. Mennyi az  $a$  paraméter értéke?

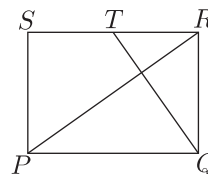
- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

### 5 pontos feladatok

21. Egy 10 természetes számot tartalmazó halmazban pontosan 5 elem osztható 5-tel és pontosan 7 elem osztható 7-tel. Legyen a 10 szám közül  $M$  a legnagyobb. Mennyi az  $M$  lehető legkisebb értéke?

- A) 105    B) 77    C) 75    D) 63    E) egyik sem az előzőek közül

22. A  $PQRS$  téglalap  $RS$  oldalának felezőpontja  $T$ , a  $QT$  szakasz pedig merőleges a  $PR$  átlóra. Mennyi a  $PQ : QR$  arány értéke?

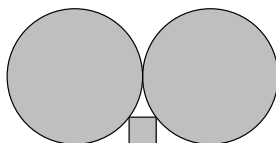


- A) 2 : 1    B)  $\sqrt{3} : 1$     C) 3 : 2    D)  $\sqrt{2} : 1$     E) 5 : 4

23. Egy szigeten 9 kenguru él. A kenguruk vagy ezüst vagy arany színűek.  $2/3$  annak a valószínűsége, hogy ha 3 kenguru találkozik, akkor egyik sem ezüst. Hány arany kenguru él a szigeten?

- A) 1    B) 3    C) 5    D) 6    E) 8

24. Egy négyzetet egy vízszintes egyenes és két 1 egység sugarú, egymást érintő kör között helyeztünk el (lásd az ábrát). Milyen hosszú a négyzet oldala?



- A)  $\frac{2}{5}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     D)  $\frac{1}{5}$     E)  $\frac{1}{2}$

25. Józsi néhány különböző, 100-nál nem nagyobb természetes számot írt le. A számok szorzata nem osztható 54-gyel. Legfeljebb hány számot írhatott le?

- A) 5    B) 17    C) 68    D) 69    E) 90

26. Két 1 egység oldalú szabályos sokszög a közös oldaluk különböző oldalán helyezkedik el. Az egyik az  $ABCD \dots$  15-szög, a másik pedig az  $ABZY \dots$   $n$ -szög. Az  $n$  mely értéke esetén lesz a  $CZ$  távolság 1-gyel egyenlő?

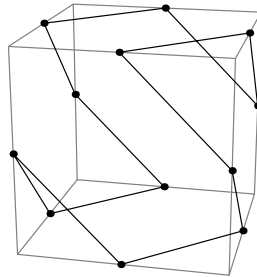
- A) 10    B) 12    C) 15    D) 16    E) 18

27. A  $k$ , az  $m$  és az  $n$  természetes számokra érvényes a következő egyenlőség:

$$k = (2014 + m)^{\frac{1}{n}} = 1024^{\frac{1}{n}} + 1. \text{ Hány különböző értéke lehet az } m \text{ számnak?}$$

- A) egy sem    B) 1    C) 2    D) 3    E) végtelen sok

28. Az ábrán egy zárt töröttvonal látható, amelynek csúcsai a kocka éleinek felezőpontjai. A zárt töröttvonal belső szögét a megszokott módon definiáljuk: közös végponttal rendelkező oldalak által bezárt szög. Mennyi a töröttvonal belső szögeinek összege?



- A)  $720^\circ$     B)  $1080^\circ$     C)  $1200^\circ$     D)  $1440^\circ$     E)  $1800^\circ$

29. Az  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  függvény minden  $x \in \mathbb{Z}$  esetén kielégíti a következő feltételeket:  $f(4) = 6$  és  $xf(x) = (x - 3)f(x + 1)$ . Mennyi az  $f(4)f(7)f(10) \dots f(2011)f(2014)$  szorzat értéke?

- A) 2013    B) 2014    C)  $2013 \cdot 2014$     D) 2013!    E) 2014!

30. A bűvös sziget erdejében három féle állat lakik: oroszlánok, farkasok és kecskék. A farkasok kecskét esznek, az oroszlánok pedig kecskét és farkast is. Mivel ez egy bűvös sziget, ha egy farkas megeszik egy kecskét, nyomban oroszlánná változik; ha egy oroszlán megeszik egy farkast, kecskévé változik; ha egy oroszlán megeszik egy kecskét, farkassá változik. A szigeten 17 kecske, 55 farkas és 6 oroszlán volt. Legfeljebb hány állat maradhat a szigeten, miután már csak olyan állatok maradnak, akik nem eszik meg egymást?

- A) 1    B) 6    C) 17    D) 23    E) 35

Feladatok: "Kangaroo Meeting 2013", Edinburgh, Nagy Britannia  
 A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete  
 Fordította: Zita Diana, matematika szakos tanár  
 Lektorálta: Béres Zoltán, matematika szakos tanár  
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com  
 URL: <http://www.dms.org.rs>