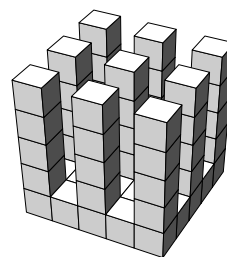


# Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2014.

## 11 – 12. razred

### Zadaci koji vrede 3 poena

1. Skidanjem isvesnog broja kocki dimenzija  $1 \times 1 \times 1$  sa kocke  $5 \times 5 \times 5$  dobijena je figura prikazana na slici, koja se sastoji od kolona iste visine, koje sve stoje na istoj „prizemnoj” ploči. Koliko je malih kocki skinuto?



- A) 56    B) 60    V) 64    G) 68    D) 80

2. Danas je Diani, Maši i Leni rođendan. Zbir brojeva njihovih godina je 44. Koliki će biti zbir brojeva njihovih godina kada on sledeći put bude dvocifreni broj sa dve jednake cifre?

- A) 55    B) 66    V) 77    G) 88    D) 99

3. Ako je  $a^b = \frac{1}{2}$ , koliko je  $a^{-3b}$ ?

- A)  $\frac{1}{8}$     B) 8    V) -8    G) 6    D)  $\frac{1}{6}$

4. U tri korpe različitih dimenzija stavljen je 48 lopti. Najmanja i najveća korpa zajedno sadrže dva puta više lopti od srednje korpe. Najmanja korpa sadrži dva puta manje lopti od srednje korpe. Koliko lopti je u najvećoj korpi?

- A) 16    B) 20    V) 24    G) 30    D) 32

5. Odrediti vrednost izraza  $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$ .

- A)  $2^{2011}$     B)  $2^{2012}$     V)  $2^{2013}$     G) 1    D) 2

6. Koji od sledećih izraza ne sadrži  $b + 1$  kao faktor?

- A)  $2b + 2$     B)  $b^2 - 1$     V)  $b^2 + b$     G)  $-1 - b$     D)  $b^2 + 1$

7. Koliko cifara ima broj koji je rezultat množenja  $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$ ?

- A) 22    B) 55    V) 77    G) 110    D) 111

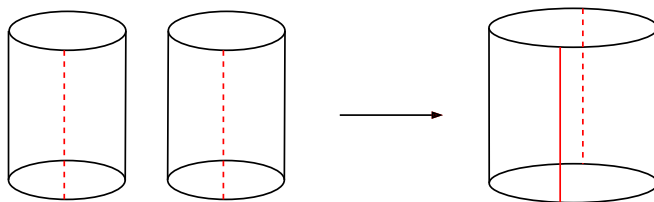
8. Nenad ima tajni nalog elektronske pošte koji zna samo četvero njegovih prijatelja. Danas je primio 8 poruka na taj nalog. Koji od sledećih iskaza je sigurno tačan?

- A) Nenad je primio po dve poruke od svakog prijatelja.  
B) Nenad nije mogao da primi 8 poruka od jednog od svojih prijatelja.  
V) Nenad je primio bar po jednu poruku od svakog prijatelja.  
G) Nenad je primio najmanje dve poruke od jednog od svojih prijatelja.  
D) Nenad je primio najmanje dve poruke od dva različita prijatelja.

9. Broj 2014 ima osobinu da su mu cifre različite i da je poslednja cifra veća od zbira ostale tri cifre. Pre koliko godina je poslednji put to bio slučaj?

- A) 5    B) 215    V) 305    G) 395    D) 485

10. Dva identična omotača valjka su rasečena duž isprekidanih linija i zatim zalepljena zajedno tako da je dobijen jedan veći omotač valjka (vidi sliku). Šta se može reći o zapremini valjka sa većim omotačem kada se uporedi sa zapreminom jednog valjka sa manjim omotačem?



- A) Ima 2 puta veću zapreminu.    B) Ima 3 puta veću zapreminu.  
 V) Ima  $\pi$  puta veću zapreminu.    G) Ima 4 puta veću zapreminu.  
 D) Ima 8 puta veću zapreminu.

**Zadaci koji vrede 4 poena**

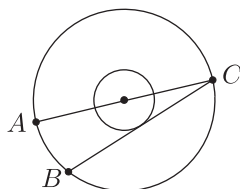
11. Dimenzije kutije oblika kvadra su  $a \times b \times c$ , pri čemu je  $a < b < c$ . Ako se  $a$  ili  $b$  ili  $c$  povećaju za dati pozitivan broj, zapremina kutije se takođe povećava. U kojim od sledećih slučajeva je povećanje zapremine kutije najveće?

- A) ako se poveća  $a$                       B) ako se poveća  $b$   
 V) ako se poveća  $c$                       G) povećanje zapremine je isto u slučajevim A), B) i V)  
 D) zavisi od vrednosti  $a, b, c$

12. Nakon fudbalske utakmice pobednik dobija 3 poena, poraženi 0 poena, a u slučaju nerešenog rezultata oba tima dobijaju po 1 poen. Na fudbalskom turniru su učestvovala 4 tima:  $A, B, C$  i  $D$ . Svaki od timova je odigrao po tri utakmice – protiv svih ostalih timova. Na kraju turnira tim  $A$  je imao 7 poena, a timovi  $B$  i  $C$  po 4 poena. Koliko poena je imao tim  $D$ ?

- A) 0    B) 1    V) 2    G) 3    D) 4

13. Dužine poluprečnika koncentričnih krugova na slici su u odnosu 1 : 3.  $AC$  je prečnik velikog kruga,  $BC$  je tetiva velikog kruga, koja je tangenta manjeg i dužina duži  $AB$  je 12. Odrediti poluprečnik većeg kruga.



- A) 13    B) 18    V) 21    G) 24    D) 26

14. Koliko uređenih trojki  $(a, b, c)$  prirodnih brojeva takvih da je  $a > b > c > 1$  zadovoljava nejednakost  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$ ?

- A) nijedna    B) 1    V) 2    G) 3    D) beskonačno mnogo

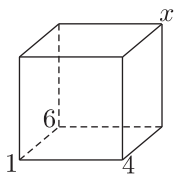
15. Brojevi  $a, b$  i  $c$  su različiti od 0 i  $n$  je prirodan broj. Ako brojevi  $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$  i  $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$  imaju isti znak, koja od sledećih nejednakosti je sigurno tačna?

- A)  $a > 0$     B)  $b > 0$     V)  $c > 0$     G)  $a < 0$     D)  $b < 0$

16. Ako šest sedmica ima  $n!$  sekundi, koliko je  $n$ ?

- A) 6    B) 7    V) 8    G) 10    D) 12

17. Temena kocke su obeležena brojevima od 1 do 8 tako da je zbir brojeva kojima su obeležena četiri temena jedne strane isti za sve strane. Brojevima 1, 4 i 6 su obeležena temena kao što je prikazano na slici. Koju vrednost ima  $x$ ?

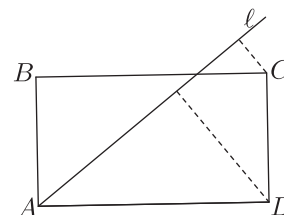


- A) 2    B) 3    V) 5    G) 7    D) 8

18. Na pakovanju krem sira piše: 24% masnoće ukupno. Na istom pakovanju piše i: 64% masnoće u suvoj materiji. Koji je procenat vode u tom siru?

- A) 88%    B) 62,5%    V) 49%    G) 42%    D) 37,5%

19. Prava  $\ell$  prolazi kroz teme  $A$  pravougaonika  $ABCD$  (vidi sliku). Rastojanje temena  $C$  od prave  $\ell$  je 2, a rastojanje temena  $D$  od prave  $\ell$  je 6. Ako je stranica  $AD$  duplo duža od  $AB$ , odrediti  $AD$ .



- A) 10    B) 12    V) 14    G) 16    D)  $4\sqrt{3}$

20. Funkcija  $f(x) = ax + b$  zadovoljava jednakosti  $f(f(f(1))) = 29$  i  $f(f(f(0))) = 2$ . Odrediti vrednost parametra  $a$ .

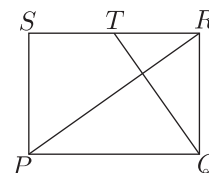
- A) 1    B) 2    V) 3    G) 4    D) 5

**Zadaci koji vrede 5 poena**

21. U skupu od 10 prirodnih brojeva tačno 5 od njih je deljivo sa 5 i tačno 7 od njih je deljivo sa 7. Neka je  $M$  najveći od tih 10 brojeva. Koja je najmanja moguća vrednost broja  $M$ ?

- A) 105    B) 77    V) 75    G) 63    D) nijedna od ponuđenih

22. U pravougaoniku  $PQRS$  (vidi sliku)  $T$  je središte stranice  $RS$  i  $QT$  je normalno na dijagonalu  $PR$ . Koji je odnos  $PQ : QR$ ?

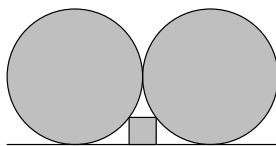


- A) 2 : 1    B)  $\sqrt{3} : 1$     V) 3 : 2    G)  $\sqrt{2} : 1$     D) 5 : 4

23. Na jednom ostrvu ima 9 kengura. Oni su ili srebrni ili zlatni. Kada se slučajno sretnu 3 kengura verovatnoća da nijedan od njih nije srebrn je  $2/3$ . Koliko ima zlatnih kengura?

- A) 1    B) 3    V) 5    G) 6    D) 8

24. Kvadrat je smešten između horizontalne prave i dva kruga poluprečnika 1 koja se dodiruju (vidi sliku). Kolika je dužina njegove stranice?



- A)  $\frac{2}{5}$     B)  $\frac{1}{4}$     V)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     G)  $\frac{1}{5}$     D)  $\frac{1}{2}$

25. Stefan je napisao nekoliko različitih prirodnih brojeva ne većih od 100. Njihov proizvod nije deljiv sa 54. Koliko najviše brojeva je on mogao da napiše?

- A) 5    B) 17    V) 68    G) 69    D) 90

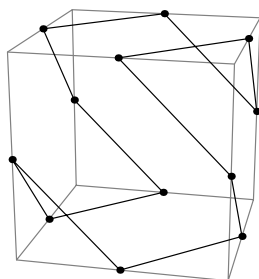
26. Dva pravilna mnogougla stranice dužine 1 leže sa različitih strana njihove zajedničke stranice  $AB$ . Jedan od njih je 15-tougao  $ABCD\dots$ , a drugi je  $n$ -tougao  $ABZY\dots$ . Za koju vrednost  $n$  je rastojanje  $CZ$  jednako 1?

- A) 10    B) 12    V) 15    G) 16    D) 18

27. Jednakosti  $k = (2014 + m)^{\frac{1}{n}} = 1024^{\frac{1}{n}} + 1$  važe za prirodne brojeve  $k, m$  i  $n$ . Koliko različitih vrednosti može imati broj  $m$ ?

- A) nijednu    B) 1    V) 2    G) 3    D) beskonačno mnogo

28. Na slici je prikazana zatvorena izlomljena linija čija su temena središta ivica kocke. Unutrašnji ugao zatvorene izlomljene linije se definiše na uobičajeni način: ugao između dve stranice koje imaju zajedničko teme. Koliko iznosi zbir unutrašnjih uglova ove zatvorene izlomljene linije?



- A)  $720^\circ$     B)  $1080^\circ$     V)  $1200^\circ$     G)  $1440^\circ$     D)  $1800^\circ$

29. Funkcija  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  zadovoljava uslove  $f(4) = 6$  i  $xf(x) = (x - 3)f(x + 1)$  za svako  $x \in \mathbb{Z}$ . Kolika je vrednost proizvoda  $f(4)f(7)f(10)\dots f(2011)f(2014)$ ?

- A) 2013    B) 2014    V)  $2013 \cdot 2014$     G) 2013!    D) 2014!

30. U šumi na magičnom ostrvu lutaju tri vrste životinja: lavovi, vukovi i koze. Vukovi mogu da jedu koze, a lavovi mogu da jedu i vukove i koze. Međutim, kako je ostrvo magično, ako vuk pojede kozu, on se pretvara u lava; ako lav pojede kozu, on se pretvara u vuka; ako lav pojede vuka, on se pretvara u kozu. Na početku je bilo 17 koza, 55 vukova i 6 lavova. Koji je najveći mogući broj životinja koje ostaju na ostrvu nakon što ostanu samo životinje koje međusobno ne jedu jedna drugu?

- A) 1    B) 6    V) 17    G) 23    D) 35

Zadaci: "Kangaroo Meeting 2013", Edinburg, Velika Britanija  
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije  
Prevod: prof. dr Marija Stanić  
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg  
E-mail: [drustvomatematicara@yahoo.com](mailto:drustvomatematicara@yahoo.com)  
URL: <http://www.dms.org.rs>