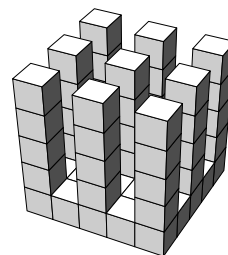


Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2014.

11 – 12. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. Скидањем исвесног броја коцки димензија $1 \times 1 \times 1$ са коцке $5 \times 5 \times 5$ добијена је фигура приказана на слици, која се састоји од колона исте висине, које све стоје на истој „приземној” плочи. Колико је малих коцки скинуто?



А) 56 Б) 60 В) 64 Г) 68 Д) 80

2. Данас је Диани, Маши и Лени рођендан. Збир бројева њихових година је 44. Колики ће бити збир бројева њихових година када он следећи пут буде двоцифрени број са две једнаке цифре?

А) 55 Б) 66 В) 77 Г) 88 Д) 99

3. Ако је $a^b = \frac{1}{2}$, колико је a^{-3b} ?

А) $\frac{1}{8}$ Б) 8 В) -8 Г) 6 Д) $\frac{1}{6}$

4. У три корпе различитих димензија стављено је 48 лопти. Најмања и највећа корпа заједно садрже два пута више лопти од средње корпе. Најмања корпа садржи два пута мање лопти од средње корпе. Колико лопти је у највећој корпи?

А) 16 Б) 20 В) 24 Г) 30 Д) 32

5. Одредити вредност израза $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$.

А) 2^{2011} Б) 2^{2012} В) 2^{2013} Г) 1 Д) 2

6. Који од следећих израза не садржи $b + 1$ као фактор?

А) $2b + 2$ Б) $b^2 - 1$ В) $b^2 + b$ Г) $-1 - b$ Д) $b^2 + 1$

7. Колико цифара има број који је резултат множења $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$?

А) 22 Б) 55 В) 77 Г) 110 Д) 111

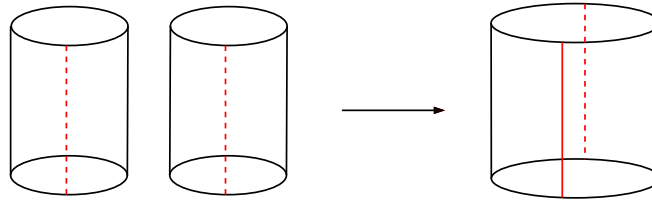
8. Ненад има тајни налог електронске поште који зна само четворо његових пријатеља. Данас је примио 8 порука на тај налог. Који од следећих исказа је сигурно тачан?

- А) Ненад је примио по две поруке од сваког пријатеља.
- Б) Ненад није могао да прими 8 порука од једног од својих пријатеља.
- В) Ненад је примио бар по једну поруку од сваког пријатеља.
- Г) Ненад је примио најмање две поруке од једног од својих пријатеља.
- Д) Ненад је примио најмање две поруке од два различита пријатеља.

9. Број 2014 има особину да су му цифре различите и да је последња цифра већа од збира остале три цифре. Пре колико година је последњи пут то био случај?

А) 5 Б) 215 В) 305 Г) 395 Д) 485

10. Два идентична омотача ваљка су расечена дуж испрекиданих линија и затим залепљена заједно тако да је добијен један већи омотач ваљка (види слику). Шта се може рећи о запремини ваљка са већим омотачем када се упореди са запремином једног ваљка са мањим омотачем?



- А) Има 2 пута већу запремину. Б) Има 3 пута већу запремину.
 В) Има π пута већу запремину. Г) Има 4 пута већу запремину.
 Д) Има 8 пута већу запремину.

Загацки који вреде 4 поена

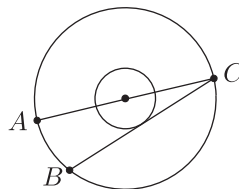
11. Димензије кутије облика квадра су $a \times b \times c$, при чему је $a < b < c$. Ако се a или b или c повећају за дати позитиван број, запремина кутије се такође повећа. У којим од следећих случајева је повећање запремине кутије највеће?

- А) ако се повећа a Б) ако се повећа b
 В) ако се повећа c Г) повећање запремине је исто у случајевим А), Б) и В)
 Д) зависи од вредности a, b, c

12. Након фудбалске утакмице победник добија 3 поена, поражени 0 поена, а у случају нерешеног резултата оба тима добијају по 1 поен. На фудбалском турниру су учествовала 4 тима: А, В, С и D. Сваки од тимова је одиграо по три утакмице – против свих осталих тимова. На крају турнира тим А је имао 7 поена, а тимови В и С по 4 поена. Колико поена је имао тим D?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

13. Дужине полупречника концентричних кругова на слици су у односу 1 : 3. AC је пречник великог круга, BC је тетива великог круга, која је тангента мањег и дужина дужи AB је 12. Одредити полупречник већег круга.



- А) 13 Б) 18 В) 21 Г) 24 Д) 26

14. Колико уређених тројки (a, b, c) природних бројева таквих да је $a > b > c > 1$ задовољава неједнакост $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?

- А) ниједна Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) бесконачно много

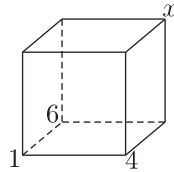
15. Бројеви a, b и c су различити од 0 и n је природан број. Ако бројеви $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$ и $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$ имају исти знак, која од следећих неједнакости је сигурно тачна?

- А) $a > 0$ Б) $b > 0$ В) $c > 0$ Г) $a < 0$ Д) $b < 0$

16. Ако шест седмица има $n!$ секунди, колико је n ?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 10 Д) 12

17. Темена коцке су обележена бројевима од 1 до 8 тако да је збир бројева којима су обележена четири темена једне стране исти за све стране. Бројевима 1, 4 и 6 су обележена темена као што је приказано на слици. Коју вредност има x ?

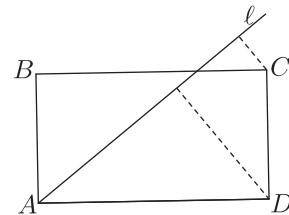


- А) 2 Б) 3 В) 5 Г) 7 Д) 8

18. На паковању крем сира пише: 24% масноће укупно. На истом паковању пише и: 64% масноће у сувој материји. Који је проценат воде у том сиру?

- А) 88% Б) 62,5% В) 49% Г) 42% Д) 37,5%

19. Права ℓ пролази кроз теме A правоугаоника $ABCD$ (види слику). Растојање темена C од праве ℓ је 2, а растојање темена D од праве ℓ је 6. Ако је страница AD дупло дужа од AB , одредити AD .



- А) 10 Б) 12 В) 14 Г) 16 Д) $4\sqrt{3}$

20. Функција $f(x) = ax + b$ задовољава једнакости $f(f(f(1))) = 29$ и $f(f(f(0))) = 2$. Одредити вредност параметра a .

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

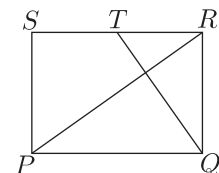
Задачи који вреде 5 поена

21. У скупу од 10 природних бројева тачно 5 од њих је дељиво са 5 и тачно 7 од њих је дељиво са 7. Нека је M највећи од тих 10 бројева. Која је најмања могућа вредност броја M ?

- А) 105 Б) 77 В) 75 Г) 63 Д) ниједна од понуђених

22. У правоугаонику $PQRS$ (види слику) T је средиште странице RS и QT је нормално на дијагонали PR . Који је однос $PQ : QR$?

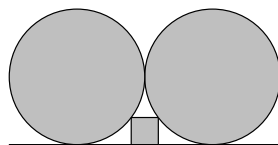
- А) 2 : 1 Б) $\sqrt{3} : 1$ В) 3 : 2 Г) $\sqrt{2} : 1$ Д) 5 : 4



23. На једном острву има 9 кенгура. Они су или сребрни или златни. Када се случајно сретну 3 кенгура вероватноћа да ниједан од њих није сребрн је $2/3$. Колико има златних кенгура?

- А) 1 Б) 3 В) 5 Г) 6 Д) 8

24. Квадрат је смештен између хоризонталне праве и два круга полупречника 1 која се додирују (види слику). Колика је дужина његове странице?



- А) $\frac{2}{5}$ Б) $\frac{1}{4}$ В) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Г) $\frac{1}{5}$ Д) $\frac{1}{2}$

