


<p style="text-align: center;">IOI 2008 Final Test</p>	<p style="text-align: center;">Rešenja zadataka</p>	
---	--	---

Zadatak 1. Gumica

Nekolinearnost eksera jako olakšava zadatak. Na početku sortiramo eksere po uglovima koje sklapaju, npr. sa x osom i centralnim ekserom. Nakon toga izračunamo površine konveksnih omotača za svaku grupu uzastopnih eksera. Prosto se nameće dinamičko programiranje. Ako sa $d[i][j][k]$ označimo traženu minimalnu površinu koje zauzimaju k gumica ukoliko obuhvataju eksere u segmentu $[i, j]$, dolazimo do jednostavnih rekurentnih relacija.

Zadatak 2. Ciklus

Primetimo da između svaka dva čvora dovoljno posmatrati samo dve najkraće grane. Pošto treba pronaći prost ciklus koji sadrži prvi i poslednji čvor, moramo duplirati broj čvorova – odnosno ubaciti veštačku granu težine 0 za svaki čvor. Sada simuliramo prve dve iteracije algoritma za nalaženje maksimalnog protoka iz 1 u N . Koristimo Bellman-Fordov algoritam za nalaženje najkraćeg puta od 1 do N , zatim taj put okrenemo i postavimo težine grana na negativne. Onda ponovimo algoritam i dobijamo dužinu minimalnog ciklusa. Ciklus možemo da rekonstruišemo jednom pretragom kroz graf. Složenost je $O(V \cdot E)$.

Zadatak 3. Igra

Lako se može uočiti da je za ispitivanje da li je neka pozicija dobitna ili ne potrebna samo parnost kamenčića u grupama (jer drugi igrač uvek može pratiti poteze prvog). Sada jednostavno možemo proći po svim početnim binarnim pozicijama, kojih ima 2^n , i videti kada pobeđuje prvi igrač. Pozicije pamtimo preko bitmaski. Slično nalazimo i početni potez prvog igrača u slučaju da on ima pobeđničku strategiju.

Zadatak 4. Tačkice

Ukoliko izvršimo sledeću transformaciju koordinata tačaka $(x, y) \rightarrow (\frac{x-y}{2}, \frac{x+y}{2})$ problem smo sveli na nalaženje tačke koja minimizuje funkciju $d(A) = \sum_{B \in S} |A.x - B.x| + |A.y - B.y|$. Sumu možemo računati za svaku koordinatu posebno. Nakon sortiranja po nekoj od koordinata, možemo računati sabirke redom i naći traženi indeks. Složenost je $O(n \cdot \log(n))$.